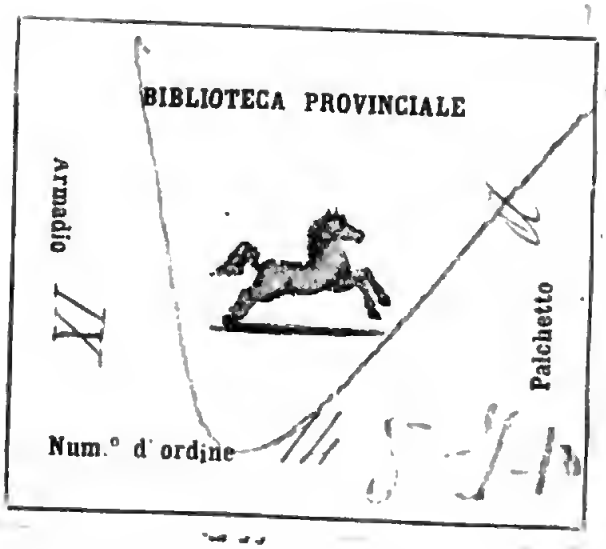
FONDO PIZZOFALCONE



5-7-28

NAZIONALE
B. Prov.
I
350
VITT. EM. III
NAPOLI

Digitized by Google

B. Prov
I
358

Digitized by Google

Digitized by Google

EXPÉRIENCES

HYDRAULIQUES

SUR

LES LOIS DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU.

EXTRAIT DES MÉMOIRES

DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES

(SAVANS ÉTRANGERS.)

Digitized by Google

SE TROUVE À PARIS,

CHEZ BACHELIER, LIBRAIRE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
DU BUREAU DES LONGITUDES, ETC.,

QUAI DES AUGUSTINS, N° 55.

Digitized by Google

606505 SBN

EXPÉRIENCES

HYDRAULIQUES

SUR

LES LOIS DE L'ÉCOULEMENT DE L'EAU

À TRAVERS LES ORIFICES RECTANGULAIRES VERTICAUX
À GRANDES DIMENSIONS,

ENTREPRISES À METZ

PAR MM. PONCELET ET LESBROS,

CAPITAINES DU GÉNIE,

D'APRÈS LES ORDRES DU MINISTRE DE LA GUERRE,

SUR LA PROPOSITION DE M. LE GÉNÉRAL SABATIER,
INSPECTEUR DU GÉNIE,
COMMANDANT DE L'ÉCOLE D'APPLICATION DE L'ARTILLERIE ET DU GÉNIE.

MÉMOIRE

LU A L'ACADÉMIE DES SCIENCES,
LE LUNDI 16 NOVEMBRE 1829.

306

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

PARIS.
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M DCCC XXXII.

Digitized by Google

Digitized by Google

AVANT-PROPOS.

M. le Commandant en chef de l'école d'application de l'artillerie et du génie témoigna, au commencement de l'année 1827, aux auteurs de ces expériences, le désir que, pour l'instruction des élèves et pour l'avancement de la science, on reprît et continuât, pendant son séjour à cette école, les expériences hydrauliques entreprises autrefois à Mézières, avec tant de succès, par Bossut et Dubuat, deux hommes qu'à des titres différens réclame le corps du génie, et qui, par la direction utile donnée à leurs travaux scientifiques, ont puissamment contribué, avec les Monge, les Coulomb, les Carnot, les Ferry, les Meunier, les Tinseau, &c., à jeter un vif éclat sur l'ancienne école de Mézières, où tant d'ingénieurs distingués puisèrent leur première instruction, et qui devint ensuite le berceau d'une autre école non moins célèbre, *l'École centrale des Travaux publics*, connue depuis sous le nom d'*École Polytechnique*.

Malgré les difficultés de toute espèce inhérentes à l'entreprise d'expériences hydrauliques en grand, et l'immensité du travail auquel il devenait nécessaire de se livrer, nous acceptâmes avec empressement, M. Lesbros et moi, la proposition de M. le général Sabatier, bien plus par la conviction intime de la grande utilité de la chose, que par une confiance aveugle

Digitized by Google

dans nos propres forces. J'étais alors atteint d'une maladie qui ne devait pas, de long-temps, me permettre de prendre une part active dans ce qui concerne l'exécution des expériences; M. Lesbros consentit à s'en charger exclusivement, ainsi que de la tenue des registres-journaux et des calculs que nécessitait l'évaluation des produits d'eau et des vitesses théoriques, pour la détermination du *coefficient de contraction* et la formation des tables détaillées annexées à ces mémoires. Ma coopération se borna donc à diriger l'ensemble du travail, à vérifier ou contrôler quelques opérations, quelques dispositifs, et généralement à discuter, de concert avec mon camarade, les bases fondamentales, soit des calculs, soit des expériences, soit des appareils, de manière à atteindre un degré d'exactitude convenable, et à imprimer à l'objet des recherches une direction propre à éclairer tous les points que Bossut, Dubuat et les autres auteurs avaient laissés douteux, incomplets, ou qu'ils avaient traités sur une trop petite échelle et dans des circonstances trop éloignées de celles de la pratique.

Je dois rappeler ici que M. Lesbros est le même officier dont la coopération m'a été si utile lors de mes expériences de 1824 *sur la roue verticale à aubes courbes*. Je me fais un plaisir de déclarer que, pour les recherches délicates et pénibles dont il sera fait ici mention, je ne pouvais m'associer un collaborateur plus zélé, plus soigneux et plus capable. L'habileté qu'il a acquise dans les opérations de ce genre, ses connaissances en hydraulique, et, par-dessus tout, son activité infatigable, son exactitude scrupuleuse dans les observations et les calculs, ont assuré le succès des diverses expériences, et doivent inspirer la plus grande confiance dans les résultats.

Digitized by Google

Après cela, est-il bien nécessaire de dire qu'on doit à M. Lesbros plusieurs perfectionnemens dans les appareils, des dispositifs ingénieux pour faciliter les observations et atteindre un degré de précision convenable, enfin divers procédés de détail qu'il serait trop long d'énumérer, et tels qu'en suggère à un esprit observateur la marche naturelle des expériences? Mais nous ne rendrions qu'imparfaitement justice au zèle et au talent de cet ingénieur, si nous ne nous empressions de déclarer qu'il n'a pas moins fait pour l'établissement des formules et des tables d'interpolation qui constituent les conclusions de ce mémoire, et servent à représenter les résultats immédiats de l'expérience.

En vertu de ces relations particulières qui ont subsisté entre M. Lesbros et moi, pendant toute la durée des expériences, en vertu de la communication réciproque et constante de nos idées, j'ai dû presque partout employer, dans la rédaction de ce travail, la première personne du pluriel, afin que l'éloge ou le blâme, s'il y a lieu, nous appartinssent en commun; et, si d'ailleurs je me suis ici arrêté quelques instans à préciser la nature et l'importance des services rendus par M. Lesbros, ainsi que ses droits aux résultats de ces recherches, c'est afin que personne ne soit tenté, ou de me supposer des vues étroites, qui ne sont pas dans mon caractère, ou d'attribuer à ma coopération plus d'étendue et de mérite qu'elle n'en a effectivement. Je reprends maintenant ce qui concerne l'historique général des expériences.

Une première note, rédigée par M. Lesbros de concert avec moi, fut adressée, dès juin 1827, au Ministre de la guerre, par M. le général du génie Sabatier, afin d'en obtenir les fonds

Digitized by Google

nécessaires à l'exécution des appareils et des premières expériences. M. le lieutenant-général du génie vicomte Rogniat voulut bien, en sa qualité d'inspecteur-général du service central et de président du comité des fortifications, appuyer de toute son influence cette demande de crédit pour un objet dont l'utilité générale est incontestable, et qui est surtout du plus haut intérêt pour le service de l'ingénieur militaire, lequel comprend dans ses attributions une multitude d'établissemens, de travaux et de projets qui se rattachent à la science de l'hydraulique.

Une seconde note fut adressée au Ministre, dans les premiers mois de 1828, pour lui rendre compte des opérations de la campagne précédente, et de celles qu'il restait à entreprendre. Dans ces notes, on s'attacha surtout à faire ressortir les avantages qui peuvent résulter d'un semblable travail pour les différentes branches des services publics. Comme il est essentiel de bien fixer le point de départ, nous avons jugé à propos de rapporter ici les passages de ces notes qui ont trait aux généralités de la science, et d'y ajouter tous les développemens et observations critiques propres à bien préciser l'état actuel de nos connaissances en hydraulique pratique, le point de vue vers lequel nous avons spécialement dirigé nos recherches, les différentes précautions que nous avons mises en usage dans l'établissement des appareils et dans le mode d'opérer, enfin le degré d'exactitude que nous pensons avoir atteint dans les résultats.

M. le commandant de l'école d'application obtint, au mois d'août 1827, l'autorisation d'entreprendre les expériences, et les fonds nécessaires pour établir tous les appareils

Digitized by Google

et payer la main-d'œuvre des ouvriers ou aides militaires qui devaient prendre part aux opérations de divers genres. La construction de ces appareils fut commencée dans le mois de septembre de la même année; et ce n'est que dans les derniers jours du mois de novembre qu'il fut possible d'entamer une première série d'expériences, dont la continuation dut être renvoyée à l'année suivante, attendu l'avancement de la saison et les circonstances défavorables dans lesquelles on était contraint d'opérer.

Les expériences furent en effet reprises au mois d'août de 1828, à l'aide d'une nouvelle allocation de fonds faite par le Ministre de la guerre, et elles ont été continuées cette année (1829) par M. le capitaine du génie Lesbros avec une persévérance et un zèle d'autant plus dignes d'éloge, que la saison a été constamment mauvaise, et a mis sa patience et celle de ses aides aux plus dures épreuves. Les résultats de ces dernières expériences concernent d'ailleurs le cas particulier où l'orifice est prolongé extérieurement par un coursier ou canal découvert; il n'en sera rendu compte que dans le second mémoire, et après l'époque où les circonstances auront permis de compléter entièrement celles d'abord entreprises sur les orifices sans canal, mais disposés de diverses manières par rapport aux faces du réservoir.

Indépendamment des encouragemens particuliers que nous devons au Gouvernement, ainsi qu'à MM. les généraux Rogniat et Sabatier, la reconnaissance nous fait encore un devoir de déclarer que l'intérêt éclairé qu'ont bien voulu accorder à notre entreprise MM. Arago et Girard, membres de l'Académie des sciences, M. le lieutenant-colonel du

Digitized by Google

génie Bergère, membre du jury d'examen de l'École d'application, M. Prost, colonel directeur des fortifications, et M. Parnajon, ingénieur en chef à Metz, que cet intérêt, dis-je, a puissamment contribué à assurer le succès des nouvelles expériences, et à lever les difficultés et obstacles de toute espèce qui auraient pu s'opposer à leur établissement ou entraver leur marche.

Malheureusement, ces difficultés ne provenaient pas uniquement des causes matérielles et accidentelles qui accompagnent inévitablement toute recherche sévère des lois de la nature. Dans ces premières années, M. Lesbros s'est vu souvent privé, par les exigences du service militaire, des hommes qu'il avait péniblement formés à un genre d'opérations naturellement fort délicates, et qui demandent, pour la plupart, une intelligence des choses et un amour de la précision qui ne s'acquièrent qu'à la longue et par les avertissemens réitérés de l'expérience.

J'insiste d'autant plus sur ces entraves, qu'il est, pour ainsi dire, impossible d'obtenir des résultats rigoureux et constans d'expériences souvent interrompues, faites au milieu de préoccupations étrangères et dans des circonstances différentes. Les personnes habituées aux recherches de cette nature savent, en effet, combien il est important de pouvoir observer un même phénomène dans toutes ses phases et dans des circonstances favorables, combien ces circonstances sont rares quand on est forcé d'opérer à l'air libre, et combien il en coûte ensuite de temps, de dégoûts et de peines, pour recommencer, sur de nouveaux frais, des observations prêtes à se terminer, souvent sans espoir d'atteindre un égal degré d'exactitude.

Digitized by Google

Parmi les aides qui ont le plus contribué au succès des expériences, nous citerons particulièrement les sieurs Mangonnet, sergent au 3e régiment du génie, Grandidier, maître-ouvrier au même régiment, l'un et l'autre partis, dès octobre 1828, pour l'expédition de Morée; enfin Pistre, ouvrier en bois de l'arsenal du génie. Le sergent Mangonnet a été principalement employé à régler ou relever les hauteurs du niveau de l'eau dans le réservoir, à aider M. Lesbros dans les opérations relatives au lever des profils des veines fluides, &c.; les sieurs Pistre et Grandidier ont été chargés de toutes les autres fonctions moins délicates et de la réparation ou de l'ajustement, sur place, des diverses parties des appareils. L'intelligence de ces hommes, leur zèle, leur dévouement même, car il en faut beaucoup pour assujettir son esprit et son corps à des fonctions aussi minutieuses, sont dignes des plus grands éloges.

Nous avons aussi beaucoup à nous louer des services qui nous ont été rendus, lors de l'établissement de l'appareil et du jaugeage du bassin destiné à recevoir les produits d'eau des orifices, par le garde du génie Schuster, employé à l'École d'application, le même qui a été chargé, en 1826, par M. Arago des observations météorologiques qui se font à cette école, et qui s'en acquitte avec tant de talent et de zèle. Malgré la multiplicité des obligations de son service, il a bien voulu, en 1827, avant que M. Lesbros eût pu former des aides habiles dans ce genre de service, l'aider dans les opérations relatives à plusieurs expériences, au lever des appareils et aux profils de la veine fluide, rapportés dans les planches annexées à ce mémoire.

Enfin, j'ajouterai que tous les appareils qui réclament un

Digitized by Google

certain degré d'exactitude, ont été construits dans les ateliers de l'École d'application de l'artillerie et du génie par MM. Bodin et Faivre, sous la direction de MM. Aimé et Savart, dont la grande habileté et le savoir, en tout ce qui concerne la confection des modèles et des instrumens de précision, seront, aux yeux de l'Académie des sciences, une garantie du soin et de la perfection apportés aux parties importantes des appareils, et qui constituent la base essentielle de nos expériences.

Digitized by Google

MÉMOIRE

CONCERNANT

LES EXPÉRIENCES SUR LES ORIFICES

EN MINCE PAROI PLANE

AYANT 20 CENTIMÈTRES DE BASE SUR DIVERSES HAUTEURS,

ET TRÈS-PETITS PAR RAPPORT AUX DIMENSIONS TRANSVERSALES DU RÉSERVOIR.

CHAPITRE PREMIER.

CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES ET DISPOSITIFS D'ENSEMBLE.

§ I.er

COUP D'ŒIL SUR L'ÉTAT ACTUEL DE L'HYDRAULIQUE PRATIQUE; MOTIFS ET OBJET DES NOUVELLES EXPÉRIENCES.

1. On n'a point jusqu'ici manqué d'expériences bien faites sur les divers phénomènes que présentent les masses fluides en mouvement à travers les orifices ou dans les conduites : depuis Toricelli, cette matière n'a cessé d'occuper les géomètres et les physiciens les plus distingués de l'Europe. Mais, parmi ces nombreuses expériences, il faut en distinguer de deux espèces : les unes ont eu pour but de vérifier quelques points de doctrine; les autres ont eu spécialement pour objet l'établissement de règles sûres pour la solution des questions usuelles sur le mouvement de l'eau, et l'on a tâché de s'y rapprocher le plus possible des circonstances ordinaires de la pratique. Ce sont principalement ces dernières expériences que nous avons eues en vue; c'est à elles que se rapportent

Digitized by Google

les travaux entrepris par Couplet, Mariotte, Bossut, Michelotti, Dubuat, Smeaton et Brindley, Fünck, Brunings, Eytelwein, Bidone, et tant d'autres hommes célèbres qu'il serait trop long de citer; c'est à de telles expériences enfin qu'on doit une foule de connaissances utiles et des formules appropriées aux divers besoins de l'industrie et des services publics.

Grâce à ces expériences multipliées, le mouvement uniforme de l'eau dans les canaux et les tuyaux de conduite réguliers, d'une grande longueur, a pu être soumis au calcul, dans ces derniers temps, de la manière la plus heureuse et la plus satisfaisante, par MM. Girard, de Prony, Navier et Eytelwein; les formules ainsi obtenues ne semblent plus rien laisser à désirer du côté de l'exactitude des applications : mais on est loin d'être aussi avancé pour ce qui concerne les conduites d'une petite longueur, et dans lesquelles le régime des eaux ne saurait parvenir à l'uniformité rigoureuse; les expériences manquent presque totalement sur cette matière, du moins quant aux canaux découverts à la partie supérieure, les plus intéressans de tous pour l'établissement des usines hydrauliques et des écluses de la fortification ou de la navigation.

2. Non-seulement on ne connaît pas bien les lois du mouvement de l'eau dans ces dernières circonstances, mais encore on ne connaît pas avec exactitude la dépense de fluide qui se fait à la prise ou par l'orifice qui alimente le canal. Bossut s'est contenté d'affirmer, d'après le résultat de quelques expériences qu'il n'a point rapportées, qu'on reçoit, à l'extrémité inférieure d'une conduite découverte, la même quantité d'eau qu'il en sortirait à la prise ou sous la vanne d'alimentation, si cette conduite était tout-à-fait enlevée (*Hydrodynamique*, tome II, § 584, page 207). Ce fait a été depuis admis par Dubuat, sans vérification préalable (*Principes d'hydraulique*, tome I, chapitre VII, page 263, § 189 et suivans), pour le cas d'un orifice fermé et non recouvert par l'eau du canal;

Digitized by Google

il a donc besoin d'être constaté sur de nouveaux frais, aussi bien que la règle proposée par Dubuat (*ibid.* § 190) pour calculer la dépense quand les remous du canal viennent recouvrir l'orifice ou la veine contractée.

3. Quant au cas où la prise d'eau se fait librement sans vanne de retenue, de sorte que la partie supérieure de l'entrée du canal est découverte, l'incertitude n'est pas aussi grande; du moins Dubuat affirme-t-il avoir trouvé, d'après ses expériences : 1° que la vîtesse moyenne de régime dans le canal peut être censée due à la différence de hauteur qui existe entre le niveau du fluide dans le réservoir et la surface supérieure de pente dans ce même canal, cette dernière étant supposée prolongée jusqu'à la paroi de l'orifice; 2° que le coefficient de la dépense demeure alors compris entre les nombres 0,86 et 0,95, en prenant ici pour aire d'orifice la section uniforme de l'eau dans le canal. Mais que devient cette règle quand le régime n'est pas parfaitement uniforme, et que le canal a peu de longueur? Que devient la règle relative aux orifices fermés par une vanne, quand le remous du canal ne recouvre qu'en partie la veine contractée? Voilà ce que Bossut ni Dubuat ne paraissent avoir examiné. Ces différentes lacunes nous ont paru d'autant plus importantes, qu'elles se rapportent aux dispositions le plus généralement en usage dans l'établissement des prises d'eau, des écluses d'usine, &c.: l'un des objets principaux de nos expériences a donc été de jeter quelque jour sur cette partie encore obscure de l'hydraulique pratique.

4. Mais nos recherches n'ont pas dû se borner à ce seul point; nous avons dû aussi soumettre, sur de nouveaux frais, à l'expérience, le cas simple et si souvent traité de l'écoulement de l'eau à travers les orifices pratiqués en mince paroi plane, et se précipitant librement dans l'air. Quelle que soit la multiplicité des expériences entreprises sur cet objet par

Digitized by Google

les Mariotte, les Bernoulli, les Bossut, les Borda, les Michelotti, les Venturi, et en dernier lieu par MM. Bidone, Hachette et d'Aubuisson, on ne peut néanmoins se dissimuler que la détermination, selon les circonstances, de ce qu'on nomme improprement *le coefficient de contraction* de la veine, ne laisse encore beaucoup à désirer, et pour la certitude des résultats obtenus, et pour la grandeur des dimensions des appareils, et pour la manifestation des lois que suit ce coefficient dans chaque cas spécial.

En effet, dans les expériences dont il s'agit, on n'a point assez varié les données pour arriver à ces lois indépendamment de toute vue systématique, et de manière à bannir de la question toute espèce d'empirisme; presque toujours on s'est borné à quelques résultats isolés, relatifs à des appareils ou trop éloignés des circonstances ordinaires de la pratique, ou trop éloignés des hypothèses qui servent de base aux formules théoriques; souvent aussi on a négligé de tenir compte et de mentionner des circonstances, des dispositions ou des données accessoires, en apparence insignifiantes, et qui, dans le fond, ont eu la plus grande influence sur les résultats. Ce n'est point ainsi que les physiciens ont procédé dans beaucoup d'autres recherches tout aussi délicates, et les plus belles découvertes ont signalé leurs travaux. Hâtons de tous nos vœux l'époque où des observateurs habiles, provoqués par les encouragemens des gouvernemens et des académies savantes, introduiront, dans une science si éminemment utile au bien-être des nations civilisées, l'esprit de recherche et de critique sévère qui a guidé nos physiciens et nos géomètres modernes dans la découverte des plus belles lois de la nature.

En exposant ces idées, nous cédons uniquement au désir sincère de voir l'hydraulique se perfectionner de nos jours comme les autres branches des connaissances naturelles, et attirer l'attention sérieuse des savans; loin de vouloir dépré-

Digitized by Google

cier les travaux de nos prédécesseurs pour faire prévaloir les nôtres, nous sentons mieux que personne tout le mérite et toute la difficulté des recherches entreprises par les hommes recommandables que nous avons déjà cités, et dont quelques-uns, tels que Daniel Bernoulli, Mariotte, Bossut, Michelotti, Dubuat, de Prony, Bidone, &c., ont consacré la majeure partie de leur existence à l'étude de l'hydraulique : nous nous estimerions heureux si l'on ne trouvait pas nos travaux trop au-dessous des leurs.

5. La détermination du *coefficient de contraction* relatif aux divers orifices, ou, pour parler plus exactement, la détermination du *coefficient de correction, de réduction, par lequel il convient de multiplier, dans chaque cas, la formule théorique de la dépense d'un orifice pour obtenir la dépense vraie et observée,* cette détermination, disons-nous, qui, à la première vue, paraît être la chose la plus facile à obtenir au moyen de l'expérience, est, par le fait même de sa variation dans les divers cas, celle qui présente le plus de difficultés, ou plutôt cette détermination comprend à elle seule la solution de presque toutes les lois du mouvement des fluides; car, si la valeur du coefficient d'une même formule doit varier par le changement seul des quantités dont elle est fonction, c'est un signe certain que cette formule ne satisfait point aux expériences, et qu'elle peut tout au plus être considérée comme le premier terme de la fonction rigoureuse dont elle offre une valeur plus ou moins approchée dans certaines circonstances. Or, en n'envisageant même que le cas tout-à-fait simple d'un orifice percé en mince paroi plane, et très-petit par rapport aux dimensions propres des sections du fluide dans le réservoir, les expériences de Newton, de Mariotte, de Borda et de Bossut, confirmées par celles de M. Hachette (voyez la note *c k*, page 287 de la nouvelle édition de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor, par M. Navier), apprennent que la

Digitized by Google

valeur du coefficient des formules connues peut varier depuis 0,60 jusqu'à 0,78, par le simple décroissement des dimensions de l'orifice, et qu'elle varie dans des limites presque aussi étendues quand, l'orifice restant le même, la charge seule change.

6. A la vérité, cette dernière variation n'est point constatée d'une manière aussi authentique que la première, puisqu'elle n'est basée que sur les expériences de Mariotte et de Bossut, qui, en opérant sur un orifice circulaire vertical d'un pouce de diamètre, avec une charge d'une ligne seulement au sommet, orifice employé pour la détermination du *pouce d'eau des fonteniers*, ont trouvé la valeur du coefficient de réduction de la dépense égale à 0,65 ou 0,66, tandis qu'elle est de 0,617 seulement, d'après les expériences de ce dernier observateur, pour les charges qui surpassent cent fois le diamètre de l'orifice. Peut-être même serait-on en droit de révoquer en doute l'exactitude de la mesure de la charge, ou de l'application de la formule adoptée pour le premier cas, puisqu'alors l'eau se déprime d'une manière très-sensible en avant de l'orifice, et que rien n'indique, dans les écrits des auteurs que nous venons de citer, en quel point a été prise la hauteur du niveau du fluide; mais, comme M. Hachette, en répétant l'expérience sur l'appareil du pouce du fontenier, a trouvé (1) un coefficient plus grand encore que celui de Mariotte, et qui s'élève à 0,69, on ne saurait nier en aucune façon l'augmentation très-sensible du coefficient relatif aux petites charges. Toujours est-il que le fait mérite d'être examiné d'une manière sérieuse et sur de nouveaux frais, d'autant plus que les expériences qui le constatent ne portent, pour ainsi dire, que sur une seule grandeur d'orifice et sur une seule charge, tous les

(1) *Traité élémentaire des machines*, édition de 1828; *Rapport fait par M. Cauchy*, le 14 octobre 1816, *à l'Académie royale des sciences.*

Digitized by Google

résultats obtenus par les différens observateurs, pour des orifices de dimensions très-variées et des charges comprises depuis dix fois jusqu'à deux cents et même trois cents fois le diamètre de ces orifices, indiquant, pour le coefficient de réduction de la dépense théorique, des valeurs qui sont sensiblement constantes, et qui s'écartent très-peu de la moyenne 0,619 (1).

D'ailleurs, il paraît évident que ce coefficient ne peut passer brusquement de la valeur 0,66 ou 0,69, relative aux petites charges, à celle de 0,619 qui concerne les grandes, et que sa diminution doit se faire sentir pour des charges de beaucoup supérieures à une ligne, pour les charges, en un mot, qui se rencontrent le plus fréquemment dans l'hydraulique pratique, et qui intéressent particulièrement le jaugeage des cours d'eau. Or il est impossible d'admettre les règles empiriques proposées sur ce point, et de supposer que, dans toutes les circonstances, les variations du coefficient se fassent de la même manière et suivant les mêmes lois.

7. Ces remarques sont évidemment applicables aussi aux variations du coefficient de la dépense relatives au changement de grandeur de l'orifice : si ce coefficient doit être 0,78, suivant M. Hachette, pour les très-petits orifices au-dessous d'un millimètre, et 0,69 à 0,74, suivant Mariotte et Newton, pour les orifices de 1 à 2 centimètres, il ne peut se réduire tout-à-coup à 0,62 ou à 0,60 pour les orifices de 2 centimètres de diamètre et au-dessus. D'ailleurs, le fait n'a été constaté que pour les orifices circulaires; l'expérience

(1) Depuis la présentation de ce Mémoire à l'Académie des sciences, au mois de novembre 1829, M. d'Aubuisson, ingénieur en chef des mines à Toulouse, a publié les résultats de plusieurs belles séries d'expériences sur des orifices alongés, d'un centimètre d'ouverture sur 10 et 30 centimètres de base, qui constatent, d'une manière positive, l'augmentation du coefficient à mesure que les charges diminuent, et qui ont donné à ce coefficient une valeur supérieure même à 0,72, pour une charge de 2 centimètres seulement sur le centre de l'orifice (*Annales de chimie et de physique*, tome XLIV, année 1830, page 225). D'ailleurs, ces expériences ne laissent point apercevoir la loi des coefficiens, attendu que les charges n'y ont varié qu'entre 2 et 6 centimètres seulement.

Digitized by Google

le vérifiera-t-elle pour les orifices rectangulaires verticaux, dont une des dimensions seulement deviendrait très-petite, ainsi qu'il arrive pour les pertuis d'écluse fermés par une vanne mince?

Dans des expériences relatives à un orifice vertical de 4 lignes environ [9millimètres] de hauteur, et dont la largeur a varié depuis 8 lignes jusqu'à 64, M. Bidone (*Mémoires de l'Académie de Turin*, 1823, pag. 92 et suiv.) a trouvé que le coefficient demeurait sensiblement constant et compris entre 0,62 et 0,625, tandis que les expériences de Newton et de Mariotte, pour des orifices circulaires d'un diamètre même supérieur à 11 millimètres, le portent à 0,71 et 0,74 avec des charges proportionnellement plus fortes que celles qui ont été employées par M. Bidone (1).

8. Les physiciens ont aussi tenté de conclure le coefficient de correction des formules, de la mesure directe de la plus petite section de la veine au sortir des orifices, c'est-à-dire, de la section de plus forte contraction, qu'on nomme souvent aussi *section contractée*, pour la simplicité des énoncés; il est évident, en effet, que le rapport de l'aire de cette section à l'aire de l'orifice donne le veritable *coefficient de la contraction*, et que ce rapport doit coïncider avec celui des dépenses fournies par l'expérience et par les formules, si l'hypothèse du parallélisme des tranches, ou du parallélisme et de l'égalité des vîtesses des molécules dans la section contractée, est rigoureusement conforme à l'expérience. On doit à Newton, à Bossut, à Borda, à Michelotti, à Venturi et à

(1) Les expériences de M. d'Aubuisson, mentionnées dans la note précédente, sembleraient démontrer que la largeur de l'orifice exerce une certaine influence; car un orifice carré d'un centimètre de côté a donné seulement des coefficiens compris entre 0,64 et 0,66, pour les mêmes charges qui ont élevé celui des orifices de 1 centimètre de hauteur sur 10 de base à 0,71 et 0,72; mais, comme le réservoir où se trouvaient pratiqués les orifices avait ici des dimensions assez petites, il se peut que la contraction latérale ait joué un rôle assez notable pour diminuer la dépense de l'orifice carré de 1 centimètre.

Digitized by Google

Eytelwein, des observations de ce genre, mais faites avec des moyens trop peu précis et dans des vues trop restreintes. Pour pouvoir apprécier parfaitement la grandeur et la nature de la contraction effective, il convient de relever géométriquement la forme de la veine extérieure jusqu'à une certaine distance en avant de l'orifice, afin de bien reconnaître la section de plus forte contraction; cette précaution est surtout indispensable pour les orifices carrés ou rectangulaires, qui donnent lieu au phénomène très-compliqué de l'inversion de la veine : or c'est ce qui ne paraît pas avoir été fait par les auteurs qui viennent d'être cités.

Quant aux observations de cette espèce entreprises récemment par M. Hachette, et dont il a été rendu compte à l'Académie royale des sciences, en février et octobre 1816, par MM. Poisson et Cauchy, bien qu'elles soient plus complètes et plus rigoureuses que celles dont il a été question ci-dessus, elles doivent néanmoins laisser beaucoup à désirer sous le rapport des dimensions et de la forme géométrique de la veine fluide, puisqu'elles ont concerné des orifices qui n'avaient que quelques centimètres de côté (1). Nous sommes encore loin,

(1) On peut appliquer la même observation aux résultats qui ont été rapportés par M. Bidone, dans un travail qui n'avait point encore paru lorsque ceci a été rédigé, et qui a pour titre : *Expériences sur la forme et la direction des veines et des courans d'eau lancés par diverses ouvertures* (Acad. de Turin, 1829, t. XXXIV). Ce travail fort curieux concerne d'ailleurs bien plus les apparences générales des différentes espèces de veines liquides, que l'appréciation rigoureuse de leur forme géométrique et de la grandeur de la contraction effective.

Nous ignorions aussi, en écrivant le passage du texte relatif à la mesure de cette contraction, que Brunacci eût fait, à l'université royale de Pavie, des expériences déjà anciennes sur des veines ayant jusqu'à $0^m,296$ de diamètre ou de côté, et dont les dimensions ont été relevées par des procédés analogues à ceux dont nous avons nous-mêmes fait usage, et qui seront rapportés dans le chapitre III de ce Mémoire. Ces expériences, dont nous devons la connaissance à M. Navier, se trouvent mentionnées fort succinctement dans le recueil de Brugnatelli intitulé, *Giornale di fisica e chimica*, tome I, 1808, pag 385 et suiv. : malheureusement, les résultats n'en sont pas assez circonstanciés ni assez fidèlement rapportés, pour mettre à même d'en déduire avec certitude la valeur de la contraction effective et celle de la dépense; ce qui est d'autant plus à regretter, que, dans les orifices de grandes dimensions, ces valeurs paraissent s'écarter beaucoup de celles qui ont été obtenues pour tous les orifices ayant moins de 5 centimètres de diamètre. Voyez à ce sujet le § I.er du chapitre IV de ce Mémoire.

Digitized by Google

sans doute, de l'époque où les questions de ce genre pourront être soumises d'une manière satisfaisante à l'analyse mathématique; il ne nous en a pas moins semblé utile de profiter de l'occasion de nos expériences sur les orifices rectangulaires à fortes dimensions, pour faire quelques opérations géométriques propres à fournir, sur les effets et la grandeur de la contraction, des données plus précises que celles qu'on possède jusqu'à présent.

9. Revenons maintenant à ce qui concerne les expériences relatives à la dépense des orifices verticaux.

La limite inférieure extrême et naturelle des charges d'eau sur le sommet de ces orifices répondant au cas où le niveau s'abaisse au-dessous de ce sommet, de sorte que le fluide s'écoule librement vers la partie supérieure, il devenait intéressant de prolonger les expériences jusqu'à ce point, et jusqu'à celui où le niveau se trouve à une très-petite distance du fond de l'orifice, afin d'obtenir la série complète des dépenses depuis les plus fortes charges, pour lesquelles le coefficient de correction des formules paraît être sensiblement constant, jusqu'aux plus faibles, pour lesquelles il semble devoir varier de quantités appréciables.

Le cas limite, dont nous venons de parler, se rapporte à ce qu'on nomme *orifices découverts, réversoirs* ou *déversoirs;* c'est un de ceux qui ont été étudiés le plus en grand, parce qu'il se rattache directement à l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts, et qu'il ne nécessite ni de très-fortes charges, ni un très-grand volume de fluide. Il a été l'objet d'expériences nombreuses de la part de Dubuat, de Smeaton et Brindley (1), d'Eytelwein (2), de Bidone (3), de Christian (4), répétées

(1) Voyez l'Avertissement de M. Navier, en tête de l'*Architect. hydr.* de Bélidor, pages XI et XII, où se trouvent consignés les résultats obtenus par Dubuat, Smeaton et Brindley.
(2) *Manuel de mécanique et d'hydraulique*, 1823, pages 121 et suiv.
(3) *Memoires de l'Académie de Turin*, 1824, tome XXII, page 281.
(4) Christian, *Traité de mécanique industrielle*, tome Ier.

Digitized by Google

sous différentes charges et pour des orifices de dimensions variées. Néanmoins le résultat de ces expériences laisse encore quelques incertitudes, même en faisant abstraction de celles de ce dernier observateur, qui sont les plus anomales de toutes, attendu les circonstances particulières dans lesquelles il a opéré.

En effet, si l'on adopte avec M. Navier (*Architecture hydraulique* de Bélidor, note *cm*), pour mesurer la dépense par seconde des déversoirs, la formule $2,5261\, lh^{\frac{3}{2}}$, où l désigne la largeur horizontale de l'orifice, et h la charge totale ou complète du liquide au-dessus de sa base, on trouve (1) que les résultats de Dubuat, Smeaton et Brindley, s'accordent à indiquer une augmentation progressive et assez régulière du coefficient, à mesure que la charge de fluide diminue et quelle que soit la différence de largeur des orifices. Mais celles de M. Bidone semblent prouver le contraire, et elles s'accordent avec les expériences de M. Eytelwein pour indiquer que la valeur du coefficient demeure sensiblement indépendante du rapport des dimensions de l'orifice et du réservoir, de sorte que la contraction effective de la veine n'aurait aucune influence sur la grandeur de la dépense; conséquence qui non-seulement choque la manière naturelle d'envisager le phénomène de l'écoulement, mais encore contredit formellement ce qui a été admis par Dubuat comme un résultat de ses propres expériences.

Quoique l'ensemble des valeurs du coefficient de la formule $2,5261\, lh^{\frac{3}{2}}$ se trouve compris entre les limites assez resserrées 0,701 et 0,833, on n'en doit donc pas moins reconnaître qu'il reste encore des recherches utiles à faire pour en compléter la détermination suivant la diversité des cas,

(1) Voyez, à la fin de ce Mémoire, le tableau complet et tout calculé des coefficiens relatifs aux expériences des divers auteurs ci-dessus mentionnés.

Digitized by Google

indépendamment des autres questions que, sous le point de vue scientifique, il serait intéressant d'éclaircir, et parmi lesquelles on doit principalement citer celle qui concerne la dépression moyenne qu'éprouve la surface supérieure du fluide dans le plan de l'orifice. En effet, M. Navier a trouvé, par des considérations basées sur le principe de la moindre action (*Architecture hydraulique*, note *cm*, page 278), que cette dépression était, pour tous les cas, les 0,725 environ de la charge totale, tandis que, selon les expériences de MM. Bidone et Eytelwein, elle serait variable, non-seulement avec la charge absolue de l'eau, mais encore avec la largeur des orifices.

10. Les réflexions qui précèdent concernent principalement le cas où les bords de l'orifice se trouvent complétement isolés des faces adjacentes du réservoir; mais, si, sans rien changer d'ailleurs au surplus des divers appareils, on suppose qu'on fasse varier seulement la position relative ou le degré de rapprochement de ces bords et de ces faces, circonstance qui se présente fréquemment dans la pratique, le coefficient par lequel on doit multiplier la dépense théorique pour obtenir la dépense effective, variera aussi, comme on le sait. Tous les auteurs s'accordent même à supposer que ce coefficient augmente à mesure que la distance entre les côtés de l'orifice et le fond ou les faces latérales du réservoir diminue, et que cette augmentation est due à la diminution de la contraction sur le côté correspondant. Mais suivant quelle loi se fait cette augmentation pour un même côté de l'orifice et la face adjacente du réservoir? En un mot, quelle proportion suit-elle selon que la contraction diminue sur une, sur deux ou sur trois faces? Voilà une nouvelle source d'incertitude d'autant plus fâcheuse, que les pertuis en usage dans la pratique sont presque toujours accompagnés, du côté du réservoir, de murs en aile plus ou moins longs, plus ou moins évasés, qui diminuent la contraction extérieure.

Digitized by Google

On doit, il est vrai, à M. Bidone (*Académie de Turin*, tome XXVII, 1828, page 118) des expériences qui prouvent que, suivant que la contraction est complète ou qu'elle est nulle sur un, sur deux, sur trois côtés de l'orifice, le coefficient de la formule ordinaire de la dépense des orifices verticaux passe successivement de 0,619 à 0,639, puis à 0,656, et enfin à 0,694; mais, sans contester en aucune manière l'authenticité de ces expériences de M. Bidone, on remarquera que l'appareil dont il s'est servi était bien petit, et que l'orifice, qui était carré, avait moins de 6 lignes de côté, tandis que les charges ont seulement varié entre 142 et 138 lignes, ou entre 24 fois et 40 fois la hauteur de l'orifice, de sorte que, sous ce rapport, comme sous plusieurs autres, les circonstances différaient beaucoup de celles qui intéressent le plus la pratique.

11. Ces dernières observations, comme nous l'avons déjà dit, s'appliquent à presque toutes les expériences hydrauliques entreprises par les auteurs qui font autorité, et qui sont connus par la rigueur qu'ils ont apportée dans leurs expériences. Si l'on en excepte, en effet, les recherches sur les canaux, les tuyaux de conduite et les déversoirs, ainsi que quelques autres expériences moins authentiques sur l'écoulement de l'eau à travers les grandes vannes d'écluse, dont il sera fait mention plus loin, on a généralement opéré avec des appareils qui ont les inconvéniens que nous venons de signaler.

Dans les expériences de Bossut, par exemple, le côté des orifices carrés verticaux, cas qui se rapporte spécialement aux circonstances les plus ordinaires de la pratique, n'a pas excédé deux pouces; dans celles de Michelotti, il s'est élevé jusqu'à trois pouces, mais pour des charges toutes très-fortes : de plus, ces dernières expériences ont montré une augmentation sensible du coefficient de la dépense, comparativement aux

Digitized by Google

résultats obtenus pour les orifices au-dessous de deux pouces (voyez n° 6 et suiv.). Dans ces expériences, d'ailleurs, la section vive ou horizontale du réservoir n'avait que 3 pieds de côté, et l'eau y arrivait par la surface supérieure, au moyen d'un canal découvert ou d'un versement direct qui entretenait le niveau constant. Dans les expériences ci-dessus de M. Bidone, le réservoir avait des dimensions plus petites encore; mais les orifices rectangulaires ont reçu jusqu'à 5 pouces 1/3 de largeur horizontale, et le mouvement de l'eau n'était point troublé à la surface supérieure, attendu que les volumes de liquide écoulé se mesuraient par l'abaissement même du niveau dans le réservoir. Toutefois, si la première méthode a l'inconvénient d'occasioner du trouble dans le mouvement des filets fluides vers la surface supérieure du réservoir, la seconde a celui de ne pas pouvoir faire connaître les lois de la variation du coefficient de la dépense théorique par rapport aux charges, et de présenter au moins autant d'incertitude dans la mesure du temps et des hauteurs du niveau supérieur, tout en s'éloignant davantage des circonstances de la pratique. Ces motifs nous font préférer les expériences où l'on opère avec un niveau constant, quelle que soit la difficulté d'obtenir un semblable niveau : l'ingénieux flotteur proposé par M. de Prony serait avantageusement employé pour cet objet, s'il était facilement applicable à des expériences en grand.

12. Les circonstances dans lesquelles la plupart des auteurs ont jusqu'ici opéré s'écartent encore, sous plusieurs autres rapports, de celles qui se rencontrent ordinairement dans les écluses d'usine et de navigation : ici l'orifice est rectangulaire vertical, et pratiqué dans une paroi ou retenue plus ou moins épaisse; il est fermé vers le sommet par une vanne mince qu'on peut baisser et lever à volonté, pour diminuer ou augmenter la hauteur de l'orifice d'écoulement, et

Digitized by Google

presque toujours l'eau éprouve sous cette vanne une contraction qui ne permet en aucune manière d'assimiler ce cas à celui des tuyaux additionnels ou des *buses* desquelles le fluide sort à *gueule bée*. Enfin presque toujours aussi l'orifice est, ainsi que nous l'avons déjà dit, précédé d'un bassin ou canal d'arrivée plus ou moins long, plus ou moins étroit, qui y amène l'eau par filets horizontaux, en la recevant d'un grand réservoir d'alimentation. Ces différences dans le mode d'écoulement et dans les dispositifs paraissent assez tranchées pour motiver de nouvelles expériences. Les observations de ce genre ont en effet été trop peu multipliées, leurs résultats diffèrent trop entre eux pour ne point laisser encore beaucoup à désirer.

13. Dans les observations de Pin et Lespinasse, rapportées par le général Andréossy, sur les grandes vannes des portes d'écluse du canal du Midi (*Histoire du canal du Midi*, tome Ier, pages 211 et 251), le coefficient de réduction des formules ordinaires a varié depuis 0,59 jusqu'à 0,72, et même jusqu'à 0,85 : mais ici les orifices étaient placés près du fond du réservoir; leur base se trouvait prolongée au-dehors par la surface supérieure d'un éperon en maçonnerie contre lequel s'appuyait la porte, quand elle était fermée, et l'on doit admettre que l'eau se contractait peu sur le fond de l'orifice. Quoique l'épaisseur des joues du pertuis fût de $0^m,55$ environ, comme sa largeur horizontale était de $1^m,35$, et que l'épaisseur de la vanne ne surpassait guère $0^m,12$, on ne saurait supposer que l'eau suivît exactement les autres côtés de l'orifice, ou qu'elle sortît à *gueule bée*, sauf peut-être dans les cas où la hauteur d'ouverture de la vanne se trouvait être très-petite et la charge d'eau très-faible.

Tout ce qu'on peut d'ailleurs conclure de ces expériences, dont les circonstances essentielles n'ont point été rapportées par Andréossy, c'est que le coefficient de correction des

Digitized by Google

formules en usage doit augmenter à mesure que l'aire et la hauteur de l'orifice diminuent, et que, à orifice égal, les grandes charges font diminuer ce même coefficient, ce qui est conforme au résultat connu des expériences en petit (6 et suiv.). M. Navier cite, dans la note *ck* de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor, page 289, une autre expérience de M. Lapeyre sur l'écoulement de l'eau à travers les portes de l'écluse du vieux bassin du Havre, qui a donné le coefficient 0,625. Ce dernier chiffre s'accorde avec celui qui sera rapporté un peu plus loin, d'après M. Eytelwein.

14. Lespinasse a lu, en 1782, à l'Académie royale de Toulouse, un mémoire qui a été imprimé dans le tome II (page 39, année 1784) du recueil de cette société, et qui contient le détail d'expériences particulières faites par cet ingénieur sur les grandes vannes d'écluse du canal du Languedoc. En comparant les résultats de ces expériences avec ceux qui ont été rapportés dans l'*Histoire du canal du Midi*, tome Ier, page 251, on reconnaît qu'ils se trouvent compris parmi ces derniers, à cela près que les coefficiens de réduction calculés par Lespinasse sont généralement plus faibles que ceux du général Andréossy; ce qui tient à ce que les aires d'orifice admises par celui-ci sont, en général, plus petites que celles qui ont été données par le premier. Or, en ne prenant, dans le tableau qui se trouve à la fin du mémoire cité, que les résultats qui se rapportent aux expériences n°s 2, 4, 6 et 7, faites dans des circonstances analogues, on trouve que les coefficiens de la dépense ont pour valeurs respectives 0,627, 0,612, 0,615, 0,643, les charges étant environ 2^m, $1^m,90$, $4^m,41$, $3^m,90$, et les aires des pertuis qui étaient entièrement ouverts, différant peu entre elles. La valeur moyenne 0,624 de ces coefficiens s'accorde avec les résultats de M. Lapeyre, et s'approche beaucoup de ceux qui ont été obtenus par Bossut et Michelotti, à l'aide d'expériences en petit,

Digitized by Google

pour des orifices en mince paroi et isolés, dans tous les sens, des faces du réservoir; encore peut-on attribuer l'excès du coefficient 0,643 sur les autres, à l'incertitude dans la mesure de la durée de l'écoulement, qui a été de 3′ seulement pour l'expérience 7.e de Lespinasse.

Nous rejetons l'expérience cotée 1 dans le tableau, laquelle, faite sous une charge de $1^{m},35$, a donné le coefficient 0,747, parce que, d'après Lespinasse lui-même, les circonstances étaient peu favorables; quant aux expériences 8 et 9, elles concernent des orifices de $9^{po}\frac{1}{2}$ et de $4^{po}\frac{1}{2}$ de hauteur, sous des charges de $4^{m},20$, pour lesquelles l'écoulement n'a duré que 5′ seulement. De plus, on voit, d'après ce que rapporte Lespinasse sur ces expériences, qu'il est resté quelques incertitudes sur la hauteur de l'orifice. Tout ce qu'il est donc possible de conclure des expériences 1, 8 et 9, c'est que le coefficient de la dépense théorique est plus fort pour les petites charges de fluide ou les petites ouvertures de vanne que pour les grandes charges ou les grandes ouvertures.

Nous croyons d'ailleurs utile d'observer, au sujet de ces expériences, que Langsdorf, en en rapportant les résultats dans son *Système complet de la science des machines* (Heidelberg et Leipsick, 1826, tome I.er, 1.re partie, page 152), a cru pouvoir soumettre les divers coefficiens de la dépense, calculés dans le tableau de Lespinasse, à une loi mathématique, d'après la supposition que ces résultats se rapportaient tous aux circonstances ordinaires d'un orifice prolongé par des parois très-épaisses, et sans tenir compte, soit des erreurs d'observation, soit des différences essentielles dans le mode d'écoulement et dans les hauteurs des orifices. L'accord, si satisfaisant en apparence, que Langsdorf trouve entre les résultats du tableau et ceux de sa formule, n'a donc aucun fondement réel, et peut servir à démontrer toute l'absurdité des méthodes empiriques qui ne sont pas basées sur les données

Digitized by Google

d'une saine théorie ou de l'expérience, et soumises à une critique rigoureuse.

15. Le célèbre Eytelwein, aux travaux duquel personne ne sera tenté d'adresser un semblable reproche, rapporte, à la page 147 de son *Manuel de mécanique et d'hydraulique* déjà cité, deux séries d'expériences faites en 1799, sur les grandes portes d'écluse de Bromberg en Prusse, par l'inspecteur des travaux publics, M. Kypke, dont il loue beaucoup les connaissances en hydrodynamique et l'esprit d'observation. Dans ces expériences, la largeur horizontale de la porte était d'environ $0^m,628$ [2 pieds du Rhin] (1), et son ouverture a varié de $0^m,42$ à $0^m,56$; l'orifice était constamment noyé dans l'eau du bief inférieur, et la charge en amont, prise de la base du pertuis, a été d'environ $2^m,80$. La moyenne des expériences, pour l'orifice de $0^m,42$ de hauteur, a donné le coefficient 0,602; et pour l'orifice de $0^m,56$, 0,644. Ici le coefficient est trouvé plus fort pour les grandes ouvertures du pertuis; ce qui est en opposition avec les expériences faites sur les écluses du canal du Midi.

Les coefficiens ont, en général, assez peu varié, dans chaque série d'expériences, pour les différentes charges d'aval sur le sommet de l'orifice; mais, comme M. Eytelwein n'est point entré dans le détail des expériences, il est impossible de deviner quelles sont les causes qui ont pu influer sur la différence des valeurs du coefficient de l'une à l'autre série. Le coefficient adopté par ce savant revient à 0,633 environ, tandis que la moyenne générale est seulement 0,623 : ce résultat, qui s'accorde parfaitement avec ceux que nous avons déjà rapportés précédemment, nous paraît devoir être adopté définitivement pour estimer la dépense faite par les vannes

(1) Le pied du Rhin vaut environ les 966/1000 du pied français, ou $0^m,31385$.

Digitized by Google

des grandes portes d'écluse sous des charges moyennes de 2^m, avec de fortes ouvertures.

16. M. d'Aubuisson, ingénieur en chef des mines à Toulouse, a eu occasion, lors des belles expériences qu'il a entreprises, en 1825, *sur la résistance que l'air éprouve dans les tuyaux de conduite* (*Annales des mines*, 1828, tome III, p. 374 et suiv.), de mesurer avec beaucoup d'exactitude la quantité d'eau qui s'écoulait sous la vanne d'un orifice rectangulaire vertical de $0^m,40$ de largeur, et dont la hauteur a varié depuis $0^m,019$ environ jusqu'à $0^m,044$; la valeur moyenne et presque constante du coefficient de la dépense, sous des charges comprises entre 40 et 70 centimètres sur le centre, a été trouvée de 0,70 environ : mais ici la contraction sur le fond et sur l'un des côtés verticaux de l'orifice était presque totalement supprimée; circonstance qui a dû augmenter la valeur du coefficient, d'autant plus que l'ouverture de l'orifice et la charge étaient très-faibles.

17. Tel est, à notre connaissance, le petit nombre d'expériences directes qui ont eu pour objet de vérifier en grand les résultats d'abord obtenus par des appareils en petit; elles présentent toute l'incertitude attachée aux observations isolées, faites dans des circonstances distinctes, par des observateurs différens, et sur des appareils qui ne se prêtent point directement aux évaluations rigoureuses. En effet, la grandeur même des dimensions des appareils est presque toujours un obstacle qui s'oppose à la rectitude des conséquences, vu la faiblesse de nos facultés physiques ou morales, et la nécessité d'amener dans les observations le concours de plusieurs intelligences. Aussi croyons-nous qu'on atteindra plus avantageusement le but de toute recherche expérimentale, relative aux questions usuelles de l'hydrodynamique, en opérant sur des appareils de moyennes dimensions, dont les proportions et la disposition se rapprochent convenablement de celles de

Digitized by Google

la pratique, et observant ensuite, à l'aide d'expériences spéciales, la loi des variations que subissent les résultats quand on passe du petit au grand.

Telles sont aussi les vues qui nous ont guidés dans l'établissement de notre appareil, et qui nous ont fait adopter l'orifice vertical de 20 centimètres de base sur différentes hauteurs, comme point de départ de nos recherches sur l'écoulement des fluides. Et quant à l'objet spécial de ces recherches, la discussion qui précède le fait assez connaître; mais on peut le résumer en ce peu de mots : étudier, principalement pour les besoins de la pratique et à l'aide de l'expérience, les lois de l'écoulement de l'eau à travers les orifices rectangulaires verticaux, limités vers la partie supérieure par une vanne mobile; 1° dans l'hypothèse des minces parois, où, l'eau s'échappant librement dans l'air, l'orifice se trouve complétement isolé des faces latérales et du fond du réservoir; 2° dans l'hypothèse où l'orifice avoisine plus ou moins ces faces et ce fond, d'ailleurs disposés perpendiculairement ou obliquement par rapport à la paroi qui contient l'orifice; 3° dans l'hypothèse des parois épaisses, où l'eau serait immédiatement reçue dans un coursier ou canal d'une petite longueur, découvert à la partie supérieure, et qui formerait, ou non, le prolongement exact des bords de l'orifice, en variant du reste les expériences suivant les autres dispositions indiquées dans les deux premiers articles; 4° étudier, mais subsidiairement, les lois physiques ou mathématiques de chaque phénomène, et les causes qui produisent les écarts entre l'expérience et les formules en usage pour calculer la vîtesse moyenne et la dépense, c'est-à-dire, sans perdre de vue en aucun instant le but spécial et véritablement utile de nos recherches.

18. Les expériences que nous avons faites depuis la fin de 1827 jusqu'à ce jour (1829), n'embrassent qu'une partie de ces questions, et cependant leur nombre est déjà

Digitized by Google

considérable, et forme l'objet d'une grande quantité de tableaux relatifs à des dimensions d'orifices ou à des dispositions accessoires distinctes. Cette circonstance, jointe à ce qu'il nous reste encore une variété de matières à traiter par la suite, afin de remplir le cadre ci-dessus tracé, nous oblige à diviser nos recherches en plusieurs parties, faisant le sujet d'autant de mémoires distincts, que nous aurons l'honneur de présenter successivement à l'Académie royale des sciences, dans l'ordre qui nous paraîtra le plus convenable pour en bien faire ressortir les résultats, et tout en s'éloignant d'ailleurs le moins possible de celui qui a été suivi dans les opérations entreprises d'année en année.

Dans ce premier mémoire, touchant spécialement les *expériences* faites, en 1827 et 1828, *sur les orifices rectangulaires verticaux de 20 centimètres de base, en mince paroi plane, et complétement isolés des faces latérales et du fond du réservoir*, nous faisons connaître tout ce qui concerne en général l'établissement et le dispositif des appareils, les divers modes d'opérer, et finalement les résultats mêmes du calcul et de l'expérience avec les conséquences que nous avons cru pouvoir en déduire. Ces différentes matières constituent l'objet d'autant de chapitres distincts, qui, à leur tour, sont divisés et subdivisés chacun en plusieurs paragraphes et articles.

19. Nous avons beaucoup insisté, dans les premiers chapitres, sur tout ce qui concerne les dispositifs de détail et d'ensemble, ainsi que le mode d'opérer le jaugeage, de relever les charges de fluide dans le réservoir, &c. Ces chapitres, en effet, doivent être considérés comme une introduction générale, et comme une préparation indispensable à toutes les expériences que nous nous proposons d'entreprendre par la suite, ainsi qu'aux divers mémoires qui en rendront compte, et dans lesquels nous n'aurons plus, en quelque sorte, qu'à exposer succinctement des résultats et des changemens

Digitized by Google

de dispositifs tout-à-fait spéciaux : il fallait bien, dans un premier travail, entrer dans les développemens nécessaires pour faire apprécier l'étendue, le degré d'exactitude de nos moyens d'opérer, et pour inspirer aux personnes qui nous liront et nous jugeront, toute la confiance que nous avons nous-mêmes dans les conséquences de nos recherches expérimentales.

§ II.

ÉTABLISSEMENT DE L'APPAREIL SERVANT AUX EXPÉRIENCES.

20. Ces expériences devant se faire dans l'enceinte même des fortifications de la ville de Metz, afin d'éviter les déplacemens, on ne fut pas entièrement maître de choisir un local propre à satisfaire à toutes les conditions qu'il serait convenable de s'imposer dans des expériences hydrauliques.

Le volume des eaux mis à notre disposition par les bassins de la Seille et de la Moselle, qui viennent se réunir au-dessous de la ville en la traversant de part en part, étant très-considérable dans la majeure partie de la saison où l'on peut opérer, on ne rencontrait, sous ce rapport, aucun obstacle au but qu'on voulait atteindre; mais il n'en était pas ainsi quant à la chute disponible. Près des diverses écluses, déversoirs et retenues d'usines, établis sur l'une ou l'autre rivière, la chute, de l'amont à l'aval, ne s'élève pas au-delà de 2^m à $2^m,50$, quoique la hauteur de pente générale, de l'entrée à la sortie des eaux dans la ville, surpasse même 4 mètres.

Après un examen attentif des ressources offertes par la disposition naturelle des fossés de la fortification, nous pensâmes qu'un local qui nous permettrait de recevoir et de

Digitized by Google

retenir à toute leur hauteur les eaux de la Moselle supérieure dans un bassin suffisamment vaste pour offrir les avantages attachés à un niveau constant, et de les déverser immédiatement dans la basse Moselle, très-loin de son entrée dans la ville; nous pensâmes, dis-je, qu'un tel local pouvait présenter les chances de succès les plus favorables.

21. C'est ce local que nous avons eu le bonheur de rencontrer, et qui nous a permis de disposer d'une chute totale de près de 4 mètres de hauteur; mais, comme il faut un bassin de jauge très-grand et suffisamment profond pour recueillir les eaux provenant des expériences, ainsi qu'un canal de décharge et d'arrivée de ces eaux, comme enfin les orifices ne peuvent, sans limiter la question et sans inconvénient, être placés très-près du fond du réservoir, il a fallu sacrifier une portion notable de la chute totale, dont la partie disponible s'est trouvée réduite à environ 2 mètres pour les circonstances les plus favorables. Cette hauteur de charge a en effet été obtenue dans les expériences de 1827; mais, dans celles de 1828, la charge n'a jamais excédé $1^{m},60$, soit à cause des sécheresses, soit parce que les retenues extrêmes des eaux dans le bassin supérieur n'étaient pas sans inconvénient et occasionaient des plaintes. Heureusement que les charges au-dessus de 2 mètres ne sont pas celles qui intéressent le plus la pratique, et que les expériences de Michelotti et de Bossut, ainsi que les nôtres, s'accordent à prouver que les coefficiens de correction des formules varient extrêmement peu, quand les charges sur le centre de l'orifice excèdent huit à dix fois la hauteur de l'ouverture.

L'emplacement dont nous voulons parler est situé en amont du grand pont, dit *le Pontiffroy*, qui traverse le bras inférieur de la Moselle vers sa sortie de la ville; il est sur la rive droite de ce bras, et comprend une langue de terrain d'une largeur d'environ 90 mètres, séparant la basse Moselle

Digitized by Google

des fossés de l'enceinte de Saint-Vincent, fossés qui sont alimentés par les eaux de la haute Moselle, au moyen d'un canal souterrain et d'une vanne d'entrée placée à côté du déversoir dit *des Pucelles*, à environ 1100 mètres au-dessus du Pontiffroy. Les mêmes fossés sont traversés, un peu au-dessous du point où se fait la prise d'eau nécessaire aux expériences, par un batardeau en maçonnerie portant un pertuis avec vanne qui se ferme et s'ouvre à volonté, pour le réglement des eaux dans les fossés de l'enceinte de Chambière. On peut ainsi élever les eaux des fossés de Saint-Vincent au niveau de celles de la haute Moselle, et, à l'aide de la vanne placée à la prise supérieure, on est maître d'en régler le volume selon les besoins. On peut voir une partie de ces fossés et du batardeau inférieur (A') dans le plan général joint à ce mémoire (*planche 1re, fig. 1*).

22. Ce dispositif, pour lequel il n'y avait point de frais à faire, présente l'avantage d'un bassin immense, d'une superficie de plus de 25000 mètres carrés, et qui aurait pu servir immédiatement de réservoir pour les expériences, s'il eût été facile d'en régler le niveau et d'opérer la manœuvre des vannes d'entrée et de sortie; mais la nécessité d'alimenter d'eau les fossés de Chambière d'une manière constante, les variations du niveau dans la Moselle supérieure occasionées par le jeu des usines, &c., l'impossibilité d'empêcher les énormes fuites qui se font à travers le batardeau d'aval, enfin l'élévation du fond des fossés de Saint-Vincent au-dessus du lit de la basse Moselle, ont fait renoncer à l'idée de leur donner une telle destination. Il a fallu créer un nouveau bassin (B') (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3 et 4*) entre ces fossés et la basse Moselle, pratiquer un canal d'entrée avec une double vanne de garde en (C') (*planche 1re, fig. 1 et 2*) pour y admettre les eaux, ainsi qu'un canal de décharge souterrain D' E' (*planches 1 et 2, fig. 1, 3, 5, 6*

Digitized by Google

et 7) avec vanne en D′ pour vider le bassin à volonté, et qui, conjointement avec la vanne en (C′), pût servir à régler parfaitement le niveau pendant la durée de chaque expérience; enfin on a dû établir au-dessous du réservoir (B′), pour recueillir et mesurer le volume des eaux écoulées par les divers orifices, un bassin de jauge (J′) (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3, 4 et 6*), ainsi qu'un canal général de décharge (F′) (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3 et 4*) servant à verser toutes les eaux dans la basse Moselle.

Les dimensions et cotes des parties importantes ont été indiquées dans les planches *1* et *2* (*fig. 1, 3 et 4*) et dans la légende qui précède les planches : on y trouvera aussi l'indication de déblais, digues en terre et constructions en charpente qu'il a été nécessaire d'établir, et dont les plans et coupes détaillés sont rapportés dans la planche *2* (*fig. 3, 4, 5, 6 et 7*). Ces planches suffisant pour donner une idée exacte de l'ensemble et des diverses parties, nous nous bornerons ici à ajouter quelques observations particulières, que nous croyons essentielles pour l'objet des expériences.

23. Les localités ont, comme on voit, singulièrement favorisé l'établissement du nouveau réservoir (B′) : car, ce réservoir étant compris entre le chemin-couvert du corps de place de Saint-Vincent, et un avant-chemin-couvert séparé du précédent par les excavations pratiquées lors du commencement d'exécution d'un ouvrage anciennement projeté par Cormontaingne sur cette partie de la place, et dont l'achèvement a été totalement abandonné; ce même réservoir se trouvant d'ailleurs naturellement limité, d'un troisième côté, par les glacis de gauche de Saint-Vincent, on n'a eu besoin que de construire la digue en terre (K′) (*planche 1re, fig. 1re*) pour qu'il devînt possible de contenir les eaux à la hauteur de celles de la Moselle supérieure.

Le réservoir dont il s'agit, présentant lors des fortes

Digitized by Google

charges une superficie d'environ 1500 mètres carrés, n'éprouverait qu'un abaissement de niveau d'un millimètre pour une dépense d'eau de $1^{m.c.},5$, en supposant même qu'il ne reçût aucune alimentation de la part des vannes (c'); mais, la dépense des orifices d'expérience pouvant s'élever beaucoup plus haut, comme on le verra tout-à-l'heure, les variations du niveau seraient devenues trop fortes malgré la grande étendue du bassin, et il était nécessaire de recevoir une affluence continue de liquide, pour que le niveau pût s'entretenir très-sensiblement constant. D'un autre côté, les vannes (c') ayant dû recevoir de grandes dimensions par le motif qui sera exposé plus loin, elles ne pouvaient dès-lors être manœuvrées avec commodité pour régler le niveau, et c'est ce qui a fait recourir à la vanne de décharge D', placée à une certaine distance des orifices d'écoulement, laquelle offre, en outre, l'avantage de pouvoir mettre complétement le bassin à sec en très-peu de temps.

24. Cette vanne de décharge, n'ayant que $0^{m},40$ de largeur, se manœuvre aisément à l'aide d'une tige verticale; et, comme elle tire les eaux du fond, elle a une action sensible sur l'abaissement du niveau supérieur du réservoir: l'habitude qu'acquiert l'homme chargé du soin de régler ce niveau, fait qu'il atteint en assez peu de temps le but désiré. On remarquera, au surplus, que l'entrée de la vanne de décharge est séparée par un éperon de la partie du réservoir où est placé l'orifice, de façon à éviter le plus possible toute cause de trouble: on s'est assuré, en effet, par des expériences directes et variées, qu'on obtient, pour les mêmes orifices et les mêmes charges, une quantité d'eau constante, soit que le niveau dans le bassin ait été réglé en maintenant la vanne de décharge plus ou moins ouverte, soit qu'il l'ait été en la laissant totalement fermée. Or, dans toutes nos expériences, le niveau a été établi de manière à ne

Digitized by Google

mettre qu'une très-petite quantité d'eau surabondante dans le bassin, et à lever en conséquence de très-peu la vanne de décharge.

Cette faible influence de l'écoulement par la vanne de décharge s'explique très-bien, non-seulement par le dispositif de l'éperon qui annulle en grande partie le mouvement latéral des eaux, mais encore par l'éloignement même de cette vanne, des orifices d'expérience qui se trouvent reportés dans l'intérieur du *bassin de retenue* (R') (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3, 4, 5 et 6*), dont l'objet essentiel est de placer ces orifices dans les circonstances les plus ordinaires de la pratique, et de permettre de varier très-aisément les différens modes par lesquels l'eau peut y parvenir directement.

25. Pour atteindre ce dernier but, on a donné au bassin dont il s'agit une forme prismatique régulière, et l'on a revêtu son fond horizontal et ses faces verticales de madriers de 54 millimètres d'épaisseur, fixés contre des gîtes et poteaux en chêne d'un fort écarrissage, au moyen de clous et de vis à bois. La face d'aval, destinée à recevoir les différens orifices, se trouve appuyée contre quatre gros montans en chêne, qui laissent entre eux tout l'intervalle nécessaire pour recevoir les plus grands orifices, sans gêner la manœuvre. L'intervalle du milieu est spécialement destiné aux expériences; on a eu soin de le fermer, du côté du réservoir, par des bouts de madrier sans rainures, et fixés avec des clous à vis qui pussent être enlevés, au besoin, pour y substituer un châssis monté à boulons et écrous. Ce châssis, formé aussi de madriers de $0^m,054$ d'épaisseur, porte l'*orifice fixe* ou *pertuis*, dont les bords sont taillés en biseau et évasés, vers l'aval (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 14*), de façon que la veine fluide ne puisse atteindre, à sa sortie du réservoir, les parois formées par l'épaisseur du châssis, et que par conséquent on soit en état, quand cela est nécessaire, de

Digitized by Google

placer rigoureusement les choses dans les circonstances des orifices à mince paroi.

26. Les dimensions du bassin de retenue (R′), du bassin de jauge (J′), du canal de décharge (F′), &c., ont été réglées de manière à permettre de varier les expériences dans une étendue raisonnable, et sur une échelle plus rapprochée des circonstances ordinaires de la pratique que ne le comportaient les appareils mis en usage par Michelotti et Bossut.

Nous avons pensé que des orifices qui pourraient recevoir jusqu'à *un quart de mètre carré* de surface, et débiter un *mètre cube* d'eau par seconde sous une charge de 2 mètres environ, seraient très-convenables pour servir de limite supérieure aux expériences. Un tel orifice, ayant de $0^m,50$ à 1 mètre de base horizontale et $0^m,25$ à $0^m,50$ de hauteur, se trouverait encore dans les circonstances les plus ordinaires de la pratique, quand bien même son bord inférieur ne serait élevé que de $0^m,30$ à $0^m,40$ au-dessus du fond du bassin de retenue, et que les bords verticaux ne seraient distans des faces latérales de ce dernier que de $1^m,50$ ou même de $1^m,30$; car il arrive rarement que les radiers et les bajoyers qui accompagnent ordinairement les pertuis d'écluses, du côté du réservoir, soient respectivement à des distances aussi grandes des joues ou bords de ces pertuis.

D'ailleurs, le calcul démontre que, dans ces suppositions extrêmes, l'aire des sections d'arrivée de l'eau dans le bassin de retenue serait, pour les différentes hauteurs du niveau, tellement grande par rapport à celle de l'orifice ou plutôt de la section contractée, que la force vive du fluide, dans ces sections d'arrivée, serait à peine le 200e de celle qu'il posséderait au sortir du réservoir, de sorte qu'on pourrait en négliger la considération dans les formules (1), et assimiler encore ce

(1) Consultez, à ce sujet, le tome Ier de la *Nouvelle Architecture hydraulique* de M. de

Digitized by Google

cas à celui sur lequel ont opéré ou raisonné la plupart des auteurs qui se sont occupés de l'hydrodynamique.

Telles sont les considérations principales qui nous ont portés à donner $3^m,68$ à la largeur horizontale du bassin de retenue (R'). Quant à la profondeur de ce même bassin, mesurée suivant l'axe horizontal des orifices, elle a été portée à 3 mètres seulement, dimension qui a paru suffire, et pour que l'eau pût y prendre, sous la faible vîtesse dont il vient d'être parlé, le régime constant qu'elle acquerrait dans un canal beaucoup plus long, et pour que le bassin pût se prêter aisément, dans la suite des expériences, à recevoir les différens dispositifs propres à varier le mode d'arrivée de l'eau à l'orifice, conformément à ce qui a déjà été indiqué ci-dessus.

27. En terminant ces observations, nous ferons remarquer que le plancher qui constitue le fond du bassin (R'), a été placé au niveau général et naturel du fond du grand réservoir (B'); on eût pu, sans de trop grandes difficultés, abaisser l'un et l'autre de ces fonds de manière à ménager un plus grand intervalle entre leur niveau et le bord inférieur des orifices, dont l'abaissement d'ailleurs est limité par celui du bassin de jauge (J'), et des canaux qui servent à recueillir le liquide à sa sortie du réservoir, parce que la trop grande proximité de ces derniers et de l'orifice peut, en effet, altérer le produit de l'écoulement dans certains cas. La crainte d'augmenter les frais de construction, jointe à la considération, déjà mise en avant plus haut, sur la proximité ordinaire des radiers et pertuis d'écluses, nous a ôté l'idée de cet approfondissement.

Au surplus, la hauteur *minimum* obligée de l'orifice en fixe naturellement le bord inférieur à au moins $0^m,25$ au-dessus du fond du bassin; et, en sacrifiant un peu sur la

Prony, le *Traité de mécanique* de M. Poisson, et les notes dont M. Navier a enrichi la nouvelle édition du tome Ier de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor.

Digitized by Google

hauteur de la charge d'eau disponible, on pourra toujours, au besoin, isoler ce bord et ce fond de manière à rendre la contraction qui leur correspond à peu près complète : c'est, en effet, le parti que nous avons adopté dans les expériences de 1827 et 1828 sur l'orifice de 20 centimètres de largeur, dont la base a été élevée à environ $0^m,54$ au-dessus du plancher du bassin de retenue.

28. Pour recevoir par seconde le mètre cube d'eau dont il a été question (26), il a fallu donner au bassin de jauge (*j'*) une capacité d'au moins 24 mètres cubes, afin que l'on pût, avec un chronomètre à repos de Bréguet, marquant les demi-secondes, obtenir la dépense à environ $\frac{1}{50}$ près, et qu'avec le chronomètre à plume du même artiste, donnant les $\frac{1}{10}$ de seconde, on pût l'obtenir largement à $\frac{1}{200}$ près, lors des opérations qui demandent beaucoup d'exactitude. Dans la première année des expériences, où l'on se proposait principalement d'étudier l'appareil dans toutes ses parties et pour les orifices de 20 centimètres de largeur, on s'est, en effet, servi du premier chronomètre; mais, dans les années suivantes, on a reconnu la nécessité d'employer l'autre, afin de se réserver l'avantage de n'opérer que sur de médiocres volumes d'eau, et d'éviter les causes d'erreur qui se présentent quand on remplit la jauge jusque vers sa partie supérieure, causes dont il sera fait mention en son lieu.

29. La nécessité de pouvoir admettre, dans certains cas, les 24 mètres cubes dans la jauge, a fait donner à celle-ci 6 mètres de longueur, 4 mètres de largeur, et 1 mètre de profondeur. Cette dernière dimension a l'inconvénient de diminuer beaucoup la hauteur de chute disponible pour les expériences; et l'on aurait songé à augmenter notablement les dimensions horizontales de cette jauge aux dépens de sa profondeur, si l'on n'avait dû craindre aussi d'augmenter les difficultés d'établissement, les fuites et pertes de toute espèce, et

Digitized by Google

de donner, en outre, une trop grande influence aux erreurs provenant de l'appréciation de la hauteur des eaux admises dans la jauge lors de chaque expérience.

Peut-être aussi eût-il été à propos de partager cette jauge en un ou plusieurs compartimens, au moyen de cloisons verticales étanches et portant des vannes pour établir ou intercepter, à volonté, la communication des uns aux autres : par là, en effet, on eût pu opérer avec les mêmes avantages pour les fortes et les faibles dépenses d'eau ; mais, vu les inconvéniens inséparables d'une pareille disposition, on a préféré se servir de jauges à part lors des expériences sur les faibles dépenses, ainsi qu'il sera expliqué plus loin.

30. Le bassin (J'), dont nous parlons, a été revêtu entièrement en madriers de chêne de $0^m,054$ d'épaisseur, assemblés à rainures et languettes, cloués sur des gîtes et potelets de 12 centimètres sur 14 centimètres d'écarrissage, et appuyés de toutes parts contre des terres bien choisies et bien damées. Des traverses et écharpes supérieures relient entre eux les chapeaux de couronnement des potelets ; une vanne de $0^m,38$ de longueur, placée vers le milieu de la face verticale d'aval, sert à évacuer les eaux après que chaque expérience est terminée, et cette vanne est garnie d'une bande mince, en cuir de buffle, dans toute la partie flottante. Sur l'un des côtés du bassin on a disposé un petit *puits d'observation* (H') (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3, 4 et 6*) dont le fond, de niveau avec celui de ce bassin, en reçoit les eaux par une communication souterraine de $0^m,30$ de hauteur et autant de largeur ; ce puits est destiné à mesurer les hauteurs du niveau des eaux admises dans le bassin, à l'aide de l'appareil que nous décrirons à l'article *jaugeage*, et à diminuer les causes d'erreurs provenant des oscillations de ce niveau : on descend dans le puits par le moyen de plusieurs marches.

Malgré tous les soins donnés à la construction du bassin

Digitized by Google

de jauge, et quoiqu'on eût calfaté soigneusement tous les joints des madriers, il a été impossible, la première année, de le rendre parfaitement étanche; les fuites étaient très-sensibles, et d'autant plus fortes que le volume des eaux admises était plus considérable. En outre, lors de l'accident dont il sera rendu compte plus loin, des affouillemens ayant eu lieu sous la partie d'amont, et le bassin ayant été en même temps rempli d'eau et de terre, sa charpente s'est un peu affaissée sous l'énorme charge qui pesait sur le plancher du fond; et quoiqu'on ait relevé et calé le mieux possible les gîtes qui supportent ce fond, il est resté infléchi de façon à présenter vers la vanne de sortie une contre-pente qui empêche les eaux de s'évacuer complétement, et oblige à balayer et à éponger ce qu'il en reste, toutes les fois qu'il s'agit de vider le bassin pour recommencer une nouvelle expérience.

31. Pour éviter ces inconvéniens qui ont fait consumer, la première année, à l'opération du jaugeage, un temps considérable et d'autant plus précieux que la campagne était déjà fort avancée, il eût fallu asseoir la charpente du bassin sur des gîtes plus forts et appuyés de distance en distance sur des dés de maçonnerie très-solides, ou, ce qui vaut mieux encore, il eût fallu de suite construire le bassin en maçonnerie d'une bonne épaisseur, avec revêtement en pierres de taille ou en ciment. Mais ces constructions auraient exigé beaucoup de temps; on touchait au mois de novembre, et l'on était impatient de procéder aux expériences pour obtenir, dès 1827, des résultats utiles à l'enseignement des élèves de l'artillerie et du génie, et qui pussent justifier ainsi l'allocation de fonds qui nous avait été faite par le Gouvernement. L'événement nous a prouvé, comme dans toutes les occasions semblables, qu'on ne gagne rien à précipiter les choses : non-seulement on a employé, pour ainsi dire en pure perte, beaucoup de temps à l'opération du jaugeage, à

Digitized by Google

la formation de tables de déchet, de correction, &c., mais encore on n'a rien obtenu, dans le principe, qui fût parfaitement précis, ou qui répondît au degré d'exactitude qu'on voulait apporter dans les différentes expériences. Aussi avons-nous jugé à propos de classer à part tous les résultats de la première année (1827), qui ne peuvent nullement être comparés pour la précision à ceux de la seconde, comme nous aurons soin de le prouver en son lieu, quand nous en viendrons au détail des expériences.

32. Les difficultés dont il s'agit ne sont point d'ailleurs les seules qui soient venues entraver les opérations de la première campagne et mettre notre patience à l'épreuve. Une fuite d'abord très-légère s'est manifestée dans les terres qui recouvrent le canal souterrain de décharge D′ E′, dès les premiers instans où l'on a voulu remplir le réservoir (B′); d'autres se sont montrées au pied extérieur même de la face du bassin de retenue (R′), destinée à recevoir les orifices d'expériences; enfin une autre fuite a eu lieu vers les parties où la digue (K′) atteint les maçonneries des anciennes constructions. On a tâché, mais vainement, de découvrir les causes de ces filtrations et de s'y opposer; le terrain, formé d'une grève grossière, laissait suinter les eaux de toutes parts, et principalement aux environs du bassin (R′). Bientôt la première des fuites ci-dessus a occasioné, au milieu d'une nuit, l'éboulement de la digue qui s'appuie contre la charpente de ce dernier bassin, et il a fallu la reconstruire sur de nouveaux frais. La digue (K′) elle-même, dont le pied reposait sur la vase des anciens fossés, s'est affaissée du côté du réservoir (B′), et l'on a été obligé de la recharger de ce côté, &c.: mais en aucun instant on n'a été, dès cette première campagne, débarrassé des filtrations; ce qui a rendu les opérations très-difficiles et très-pénibles.

Dès le printemps suivant, les fuites avaient presque tota-

Digitized by Google

lement disparu; les joints s'étaient bouchés, et le tassement des terres avait produit tout son effet. Le bassin de jaugeage (J′) lui-même, qui avait donné tant d'embarras, paraissait être parfaitement étanche, du moins quand on n'y introduisait l'eau que jusqu'à une hauteur de 40 à 50 centimètres; ce qui était bien suffisant pour les expériences sur les orifices moyens qu'on se proposait d'étudier, en premier lieu, d'une manière complète. Toujours animés du désir d'arriver le plus promptement possible à quelque solution utile des problèmes de l'hydrodynamique pratique, nous ajournâmes encore la construction en maçonnerie du bassin de jauge (J′), et d'un mur de garde ou d'encaissement sur le devant du bassin de retenue (R′); construction qui avait été proposée dans l'état estimatif des dépenses de 1828, et approuvée par le ministre de la guerre. On se mit donc, dès avril 1828, à refaire le jaugeage du bassin (J′), et l'on recommença, au mois d'août suivant, toutes les expériences entreprises, en novembre et décembre de 1827, sur l'écoulement de l'eau à travers les orifices de 20 centimètres de base en mince paroi, et isolés, dans tous les sens, des faces du réservoir.

33. Il nous reste encore quelques mots d'explication à donner sur les dispositions d'ensemble de l'appareil, avant d'entrer dans le détail des opérations particulières.

Pour admettre par seconde le volume de 1 mètre cube d'eau que nous avons considéré ci-dessus comme la limite de toutes nos expériences et le module général de l'appareil, on a dû, ainsi que cela a déjà été dit précédemment, donner de grandes dimensions aux vannes d'entrée (C′) (*planche 1, fig. 1 et 2*). Sans cette attention, on aurait été obligé de sacrifier, dans certains cas, une trop forte portion de la chute totale disponible, afin de faire écouler l'eau sous ces vannes avec la vîtesse nécessaire pour fournir à la dépense des orifices mis en expérience; il en serait résulté dans le réservoir (B′) un

Digitized by Google

trouble considérable qui, malgré la grande étendue de ce réservoir, se serait propagé jusqu'au bassin qui contient les orifices en question. Ces considérations, jointes à la nécessité de baisser considérablement le seuil des vannes (C') pour obtenir une charge d'eau convenable, nous ont fait donner $1^{m},60$ de largeur totale au pertuis qu'elles ferment, et des dimensions proportionnées aux canaux d'arrivée et de fuite qui les accompagnent.

34. On remarquera que l'eau, en descendant de la hauteur du seuil de ces mêmes vannes, vient rencontrer la bordure épaisse de saules XZ (*planche 1*) qui la force à se diviser, à se disséminer sur une grande étendue, et qui consomme ainsi la majeure partie de la force vive qu'elle possède à son entrée dans le réservoir (B'). La surface supérieure du fluide, dans ce dernier, demeure donc, toutes les fois que l'air n'est point agité, parfaitement calme, surtout dans l'intérieur du bassin de retenue (R'); ce qui est essentiel pour l'objet des expériences. Dans le cas où l'on opérerait sur de très-fortes dépenses et avec de petites charges de fluide, il deviendrait peut-être nécessaire de se garantir encore mieux des causes de trouble dans le réservoir (B'), en clayonnant le pied des saules pour forcer les eaux à s'étendre de droite et de gauche, et à se rendre dans ce réservoir par la plus grande superficie possible.

Nous nous sommes étendus sur ces détails, parce que, quand il s'agit d'expériences hydrauliques, rien n'est à négliger, et que les dispositions en apparence les plus insignifiantes peuvent, dans certains phénomènes, exercer une influence imprévue. Nous avons particulièrement insisté sur les fautes qui ont été commises et les accidens qui sont survenus lors de l'établissement des parties principales de l'appareil, parce que leur connaissance pourra donner l'éveil à ceux qui voudraient répéter ou entreprendre

Digitized by Google

de pareilles expériences, et que l'aveu même de ces fautes, et les soins que nous avons pris pour mettre nos opérations à l'abri de leur fâcheuse influence, loin de nuire à la bonne opinion qu'on pourrait concevoir des résultats de notre travail, ne peuvent, au contraire, que contribuer à en augmenter la certitude aux yeux des lecteurs éclairés. Nous promettons, au surplus, d'en agir aussi consciencieusement dans tout ce qui va suivre.

CHAPITRE II.

OPÉRATIONS ET DISPOSITIFS PRÉPARATOIRES.

---

§ Ier.

JAUGEAGE DES DÉPENSES.

35. L'une des opérations les plus délicates et les plus importantes de toute expérience hydraulique, c'est le jaugeage exact du bassin qui sert à recueillir et à mesurer le volume des eaux écoulées dans chaque cas, c'est-à-dire, la *dépense*. La plupart des auteurs se sont contentés de donner des dimensions régulières à ce bassin, et de calculer géométriquement le volume des eaux reçues par le produit de sa superficie horizontale, censée constante, et de la hauteur à laquelle le liquide s'y élève dans chaque cas; mais cette méthode paraît vicieuse, attendu la difficulté qu'on éprouve à faire construire avec une exactitude suffisante des bassins prismatiques, même par les ouvriers les plus habiles : si, de plus, ces bassins sont en charpente, leur forme risque de s'altérer, comme cela est arrivé au

Digitized by Google

nôtre Il est donc nécessaire d'en vérifier la contenance avec le plus grand soin par un jaugeage direct et souvent répété. Tel est l'objet des opérations dont nous allons rendre compte dans ce paragraphe.

Étalonnage du grand Bassin de jauge.

36. Bossut nous paraît être, de tous les auteurs qui ont opéré en grand, celui qui a apporté le plus de soins et d'attention à l'étalonnage de ses bassins de jauge; encore doit-on remarquer qu'il a pris pour *module* (voyez son *Hydrodynamique*, tome II, page 20, n° 335) un petit cube en cuivre dont la capacité, déduite d'opérations purement géométriques, n'était que de 4,3 litres. En faisant construire, dans l'atelier de précision de l'école d'application de Metz, un prisme à base rectangulaire de 50 centimètres de côté, en bois de chêne parfaitement verni et consolidé extérieurement, il nous a été facile d'apprécier toute l'incertitude attachée aux mesures de capacité cubiques. Il nous a même fallu renoncer à un pareil étalon par suite des inconvéniens qu'il présentait dans son usage : c'est pourquoi nous n'insisterons pas sur les moyens qui ont été employés pour sa vérification; nous ferons seulement observer que, cet étalon devant servir à mesurer les jauges d'une grande capacité, nous avions tenu à lui donner des dimensions un peu fortes, pour éviter les causes d'erreur attachées aux transvasemens répétés.

En abandonnant cet étalon, nous avons eu recours au *décalitre cylindrique en cuivre fort*, du cabinet des modèles de l'école, qui a été construit à Paris par Merklein, et adressé à l'administration vers 1802 par le ministre de la guerre (1).

(1) Nous nous sommes proposé, en juin 1829, de vérifier avec quelque exactitude la contenance absolue de ce décalitre-étalon, 1° en employant les mesures géométriques;

Digitized by Google

Au lieu de se servir d'une simple règle, comme l'a fait Bossut, pour enlever la couche d'eau qui excédait les bords supérieurs du décalitre, on a mis en usage une glace de cristal épaisse, parfaitement plane, appartenant à la machine électrique de l'école, et qu'on faisait glisser exactement sur les bords de l'étalon, de manière à empêcher l'air de s'introduire sous sa surface; ayant ensuite bien essuyé toute la partie extérieure de l'un et de l'autre, on versait l'eau dans un tonneau qui devait servir de jauge intermédiaire pour l'étalonnage du grand bassin (J') (*planches 1 et 2*).

A cet effet, le tonneau était exactement disposé comme celui dont s'est servi Bossut dans ses expériences, et l'on usait de toutes les précautions qui ont été indiquées par cet habile observateur. Plusieurs opérations successives ont donné pour sa contenance 968 litres juste, lesquels ont été repérés par un trait pratiqué sur le tube de verre en saillie, qui sert à indiquer la plus grande élévation du niveau du fluide dans le vase. Cet étalonnage a été plusieurs fois répété dans le courant des expériences de 1827 et à des époques différentes, et toujours on a obtenu le même résultat, à une fraction près entièrement négligeable.

Comme le tonneau était difficile à déplacer, et qu'il ne

2° en pesant le volume d'eau distillée qu'il pourrait contenir à ras, et opérant avec la glace de cristal dont il est parlé dans le texte.

La première opération effectuée, dans l'atelier de précision de l'école d'application, en mesurant le diamètre du décalitre à sa base et en différens points de sa hauteur, a donné $7^{l},986$ pour sa contenance; mais, attendu qu'on ne saurait ici répondre de l'exactitude des mesures linéaires à plus de 1/10 de millimètre près, l'erreur sur le volume total a bien pu s'élever à 14/9986 = 1/713.

Quant à la seconde opération, faite par la méthode des doubles pesées, elle a donné, pour le poids du volume de l'eau distillée contenue dans le décalitre, $9^{k},972$: en ajoutant à ce résultat le poids du volume d'air déplacé par l'eau, calculé approximativement pour la température et la tension barométrique qui avaient lieu au moment de l'observation, nous avons obtenu $9^{k},9839$ pour le poids dans le vide; ce qui répond, eu égard à la correction relative à la température (17°,88) de l'eau, à un volume de $9^{l},9839 \times 1,001188 = 9^{l},9958$, dont la très-petite différence à 10 litres peut être attribuée à ce que le vase n'a point été purgé de l'air qu'il pouvait retenir. Il nous est donc permis de regarder la contenance du décalitre-étalon de l'école de Metz comme parfaitement exacte.

Digitized by Google

convenait même pas qu'on le dérangeât de sa position pendant tout le temps qu'il devait servir à opérer le jaugeage du bassin (*s'*), on l'avait établi à demeure sur des chantiers placés immédiatement au-dessus de l'un des angles de ce bassin; et, pour le vider complétement, on avait pratiqué à sa partie convexe la plus basse une ouverture d'environ 8 centimètres de diamètre, fermée par un bondon.

37. Lors des expériences du mois de novembre 1827, on a opéré l'étalonnage du bassin (*s'*) en y versant successivement différens volumes de 968 litres d'eau, contenance du tonneau; on mesurait avec exactitude, et après que l'eau avait repris son calme, la hauteur à laquelle parvenait le niveau dans le bassin, à la fin de chaque versement partiel. Cette hauteur s'obtenait au moyen de l'appareil représenté (*planche 2, fig. 8*) et qui était disposé verticalement dans le puits (H') (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 3, 4 et 6*) dont il a été question au n° 30 : cet appareil se compose d'une verge de fer carrée (B) (*planche 2, fig. 6 et 8*), divisée en centimètres, et qui s'adapte, au moyen d'un bout de vis, dans un écrou à pattes C, solidement fixé sur le plancher du puits. Un curseur *f* (*fig. 8*) avec vernier, pour lire les subdivisions du centimètre en millimètres, porte en saillie une tige en fer horizontale *h*, recourbée verticalement et terminée par une pointe fine qui, étant amenée en contact avec la surface de l'eau du puits, accuse la hauteur du niveau dans le bassin de jauge; un autre curseur ou manchon, avec vis de pression pour le fixer à la verge, est lié au premier par le moyen d'une vis de rappel *g*, qui sert à faire varier par degrés très-petits la hauteur de la pointe, lorsqu'on l'a amenée suffisamment près de la surface de l'eau en faisant mouvoir à la main tout le système, et qu'on a serré convenablement la vis de pression du manchon *e*.

Avec cet appareil, on peut aisément apprécier les dixièmes

Digitized by Google

de millimètre, soit à la vue, soit par le mouvement de la vis de rappel *g*.

38. Il est à remarquer que le zéro de l'échelle des centimètres n'a aucun rapport déterminé avec le fond du bassin, dont la forme est très-irrégulière (30), et qu'ici la position de ce zéro est indifférente, pourvu qu'on sache à quel volume d'eau introduit dans le bassin correspond chacune des divisions de l'échelle. Et, comme la surface des sections horizontales de ce bassin et du puits (H') demeure comprise entre 24,5 et 25,5 mètres carrés, on voit que chaque dixième de millimètre de hauteur de l'échelle répond moyennement à un volume de $2^{\text{lit.}},5$; mais, attendu les oscillations inévitables de la surface de l'eau, on ne pouvait, même dans les circonstances les plus favorables, se flatter d'atteindre, dans la mesure des hauteurs du niveau, un degré d'approximation qui surpassât un cinquième de millimètre, répondant à environ 5 litres en volume.

39. En opérant donc le jaugeage du bassin par versemens de 968 litres, on devait s'attendre à des erreurs, en plus ou en moins, de $\frac{1}{190}$ environ sur l'évaluation de la hauteur d'échelle relative à chacun d'eux; mais les erreurs de ce genre ne pouvaient s'accumuler dans les versemens successifs, et il y avait lieu d'espérer qu'il se ferait inévitablement des compensations dans le résultat des opérations. Tout au contraire, le bassin de jauge pouvant varier de forme à mesure qu'on y introduirait des masses d'eau plus grandes, et éprouvant des pertes tant par l'évaporation que par les filtrations, les positions du niveau véritable de l'eau pouvaient se trouver de plus en plus altérées, et l'on jugea à propos de tenir note de l'abaissement éprouvé par la surface du liquide pendant qu'on remplissait chaque tonneau, opération qui durait environ six minutes, tout compris : on avait ainsi la hauteur absolue du niveau avant l'instant où l'on allait verser

Digitized by Google

968 nouveaux litres dans le bassin, et l'augmentation de hauteur due à ces 968 litres.

Par ce moyen, et en estimant la perte proportionnelle d'eau relative à la durée très-petite de chaque versement, on a pu former une table qui indique pour les divers points de l'échelle les hauteurs occupées par chaque 968 litres. Construisant ensuite une courbe d'interpolation, on a dressé une seconde table qui donne, dans toute l'étendue de l'échelle, le nombre de litres répondant à chaque centimètre de hauteur juste. Enfin, prenant pour point de départ la hauteur réelle relative au premier versement, on a construit une dernière table qui fournit les volumes absolus d'eau que contient le bassin, pour chaque indication de l'échelle, et les abaissemens du niveau correspondans, pour la durée d'une minute.

40. Il est à remarquer que, dans ces opérations, les abaissemens dont il s'agit étaient inappréciables, tant que le volume du liquide introduit dans le bassin n'excédait pas 3000 litres; mais, passé ce terme, ils devenaient d'autant plus sensibles que le niveau s'élevait davantage au-dessus du fond de ce bassin, ce qui est naturel, et ils croissaient même d'une manière irrégulière : enfin la hauteur de l'abaissement observée un certain jour n'était plus la même quelques jours après. Néanmoins cette hauteur ne s'est jamais élevée au-delà de $\frac{6}{10}$ de millimètre par minute, même quand on n'avait pas la précaution de boucher hermétiquement la vanne qui sert à vider le bassin; et, pour des hauteurs totales d'eau correspondantes à des volumes de 12000 litres, l'abaissement est toujours demeuré au-dessous de 3 dixièmes de millimètre pendant le même temps. Enfin, dans les expériences où l'on prenait la précaution de calfater parfaitement la vanne, l'abaissement s'élevait à peine à $\frac{2}{15}$ de millimètre par minute.

Les expériences relatives à la dépense des orifices devant

Digitized by Google

durer au plus cinq minutes, et chaque tranche de 1 millimètre d'épaisseur dans le bassin cubant environ 25 litres, on voit que, même pour un volume total de 12000 litres d'eau qu'on y aurait versés, les pertes ne pouvaient s'élever au-delà de 37,5 litres pendant la durée des observations; ce qui fait $\frac{37,5}{12000} = \frac{1}{320}$ du volume total. On aurait donc pu se dispenser d'en tenir compte dans les expériences de 1827, relatives au débit des orifices où le volume des eaux admises dans la caisse a rarement dépassé 7 à 8000 litres. Quant aux opérations concernant l'étalonnage même du bassin, on n'aurait pu en agir ainsi, vu leur durée considérable, parce que les erreurs seraient devenues très-appréciables pour les parties supérieures de l'échelle.

41. En admettant d'ailleurs que les erreurs sur l'appréciation directe du niveau de l'eau dans le bassin se soient exactement compensées dans les opérations partielles relatives à chaque versement de 968 litres, on voit que l'exactitude de la table dont il a été question ci-dessus (39), reposait uniquement sur la détermination de la hauteur correspondante aux premiers 968 litres versés, ou plutôt aux premiers 1000 litres qu'on a pris pour base de la table; or la mesure de cette hauteur, qui a été trouvée tantôt de $7^c,35$, tantôt de $7^c,85$ (1), et tantôt enfin de $7^c,2$, laissait quelque incertitude, parce qu'elle n'avait pas été suffisamment répétée, et parce que l'observateur était obligé de se tenir dans une position trop gênante pour pouvoir l'apprécier avec une exactitude rigoureuse. La hauteur de $7^c,2$ a été définitivement adoptée pour base des calculs, attendu qu'elle s'est présentée deux fois,

(1) Ce nombre, obtenu par un autre observateur, renferme évidemment une erreur de lecture : il aura pris les divisions des demi-centimètres pour celles des centimètres. Ce qui le prouve, c'est que la même erreur se trouve répétée dans les opérations suivantes du même observateur, qui a fait verser successivement quatre nouveaux 1000 litres dans le bassin, en sus du premier mille.

Digitized by Google

qu'elle a été obtenue la dernière et dans des circonstances moins défavorables que les précédentes.

Au surplus, quel que fût le désir qu'on avait d'arriver à des résultats positifs, on ne s'était pas flatté d'atteindre un degré de précision bien satisfaisant dès cette première année: trop de causes inévitables d'erreur, au nombre desquelles on doit ranger le manque d'exercice des aides, semblaient devoir influencer l'opération du jaugeage. Mais, ainsi que nous l'avons déjà insinué précédemment (31), on voulait arriver promptement à quelques résultats applicables aux besoins ordinaires de la pratique, et qui, tout en fournissant l'occasion d'étudier les différentes parties de l'appareil, indiquassent la route à suivre dans les expériences de la campagne suivante, expériences qui devaient se faire d'ailleurs dans des circonstances beaucoup plus favorables, attendu qu'il y avait lieu d'espérer qu'en maintenant le bassin de jauge constamment plein d'eau pendant l'hiver, les joints s'en trouveraient, au printemps, parfaitement bouchés, les tassemens opérés, de sorte que les seules pertes se réduiraient à celles qui pourraient provenir des fuites autour de la vanne ou de l'évaporation.

42. Les choses furent, en effet, trouvées dans cet état au printemps de l'année 1828; les pertes étaient devenues, pour ainsi dire, insensibles; et cette circonstance, comme nous l'avons déjà dit, jointe à la beauté de la saison, nous fit renoncer à l'idée d'entreprendre cette année la construction en maçonnerie du bassin de jauge. On se remit donc à en opérer l'étalonnage sur de nouveaux frais, mais en redoublant encore de précautions, et en se servant d'un tonneau plus grand que celui de la première année, et dont la contenance, vérifiée différentes fois, fut trouvée de 1112 litres. Les versemens successifs de ces 1112 litres donnèrent lieu à une nouvelle table de jauge divisée de centimètre en centimètre, et qui présentait les mêmes incertitudes pour les

Digitized by Google

parties basses de l'échelle de graduation; car, par exemple, en versant à huit ou dix reprises différentes les premiers 1112 litres, ils donnèrent des indications de hauteurs comprises depuis 70,5 jusqu'à 73,3 millimètres.

43. Comme l'observation du contact de la pointe avec la surface du niveau de l'eau dans le bassin se faisait ici avec beaucoup plus de précaution que la première année, on fut encore tenté de rejeter ces variations considérables, et qui ne suivaient aucune loi apparente, sur le fait de l'absorption d'eau qui s'opérait, lors du premier versement, sur toute la superficie du fond du bassin, et sur la déformation sensible, mais inégale, qu'éprouvait la charpente de ce fond.

Cette dernière cause surtout pouvait avoir des effets très-apparens, en déplaçant le zéro de l'échelle par rapport au fond même du bassin; mais comment admettre les variations de 1, de 2 et même de 2 $\frac{1}{2}$ millimètres qui s'observaient, à peu de jours de distance, dans le relèvement des hauteurs du niveau relatives à un même volume d'eau versé dans ce bassin, et à des circonstances d'ailleurs identiques sous tous les autres rapports? Comment supposer que, sur les premiers 1112 litres versés, 50 ou 60 pouvaient être absorbés par les pertes dans les premiers instans de l'observation? N'était-ce pas accorder trop d'influence aux défectuosités du bassin, et trop de confiance aux observations du niveau dans les parties basses de l'échelle, observations qui devaient être entachées d'erreurs inévitables, par la difficulté de lire les divisions du curseur et de déterminer le contact précis de la pointe avec la surface de l'eau? D'ailleurs, des niveaux à bulle d'air très-sensibles, placés sur des règles qui, d'une part, s'appuyaient sur la charpente du bassin en ses différens points, et, de l'autre, sur des repères entièrement fixes, n'avaient accusé aucun tassement appréciable pendant la durée des versemens d'eau opérés dans le bassin.

Digitized by Google

44. Afin donc de faire cesser toutes ces incertitudes, dont les causes paraissaient impossibles à démêler *à priori*, et pour diminuer du moins l'influence des erreurs d'observation, s'il en existait, on se décida enfin, après bien des tentatives pénibles, à opérer le jaugeage du bassin par grandes masses de plusieurs milliers de litres versés à-la-fois. A cet effet, on mit en usage quatre tonneaux et plusieurs *cuviers* de la contenance de 500 à 1200 litres chacun, et formant, au total, un volume de 8110 litres. Les uns et les autres furent rangés sur le pourtour du bassin, jaugés sur place avec les plus grands soins et par des procédés analogues à ceux que nous avons déjà décrits, puis versés simultanément, quoiqu'avec des précautions convenables, dans le grand bassin de jauge. On s'assura ainsi qu'aux 8110 litres répondait une hauteur moyenne de 35 centimètres au-dessus du zéro de l'échelle; et cette opération, répétée à plusieurs reprises et à différens jours, ayant fourni le même résultat, à des différences près qui ne s'élevaient qu'à quelques dixièmes de millimètre sur les 350 millimètres de hauteur totale, on dut la considérer comme parfaitement exacte, et propre à servir de base à la table générale et définitive du jaugeage.

45. Dans la vue de diminuer le plus possible les chances d'erreurs dans les différentes parties de l'échelle, on détermina une vingtaine d'autres points de repère sur toute sa hauteur, en opérant par additions successives de 8110 litres, et variant, dans chaque cas, le volume du premier versement. Or nous devons ici remarquer que les résultats de ces opérations partielles et contradictoires, qui probablement n'avaient point été faites avec le degré d'attention qu'on avait mis dans la première, présentèrent, sur les hauteurs du niveau observées, des différences qui s'élevaient quelquefois, et principalement pour les parties basses, à 1 millimètre

Digitized by Google

soit au-dessus, soit au-dessous de la valeur moyenne de ces hauteurs; ce qui confirme la remarque déjà faite ci-dessus sur les erreurs inhérentes à ce mode d'opérer. Mais, comme ici les différences s'annullaient réciproquement sur la hauteur totale de l'échelle de jauge, et qu'elles demeurèrent constamment au-dessous de $\frac{1}{500}$ ou $\frac{1}{600}$ de la hauteur observée dans chaque cas, elles ne pouvaient acquérir d'influence nuisible.

46. C'est au moyen de ces divers résultats et de la table particulière obtenue par les premières opérations de cette année, et qui donne les volumes de liquide relatifs à chaque centimètre d'élévation du niveau, qu'a été dressée la table définitive de jaugeage du grand bassin. Or, en comparant les chiffres de cette table, soit avec ceux de la table de la première année (41), soit avec ceux que donneraient des tables construites uniquement sur les premières opérations de la seconde, on observe, 1° que les hauteurs du niveau qui, dans la table définitive, répondent aux 968 et 1112 premiers litres introduits dans la jauge, s'accordent sensiblement avec les plus petites des hauteurs observées directement chaque année; 2° que, pour les mêmes hauteurs du niveau, la table définitive indique des volumes d'eau généralement plus considérables que les tables particulières, et d'autant plus grands que la hauteur relative aux 968 ou aux 1112 premiers litres est, dans ces tables, plus relevée par rapport à celle qu'indique la table définitive; 3° enfin, que la différence demeure comprise entre 100 et 160 litres pour la table de la première année, et entre 13 et 85 litres pour toutes celles de la seconde.

47. Malgré toute la confiance qu'on pouvait accorder à la table obtenue en dernier lieu, on a pourtant jugé à propos, afin de lever toute espèce de doute sur l'exactitude des résultats relatifs à la dépense des divers orifices, de

Digitized by Google

n'opérer, en 1828, que sur des volumes d'eau d'environ 8110 litres. On avait soin, à chaque fois, d'évaluer, par les parties proportionnelles, et au moyen des nombres de la table définitive, le volume qui pouvait correspondre à la petite différence qu'il y avait entre la hauteur observée et les 35 centimètres qui, dans cette table, répondent aux 8110 litres; cette hauteur de 35 centimètres a d'ailleurs été vérifiée, de temps à autre, par des opérations contradictoires, et de manière à être certain de sa parfaite exactitude.

Degré d'approximation obtenu dans le Jaugeage des dépenses des orifices; emploi de petites jauges.

48. Nous avons vu précédemment (45) que, lors de la seconde année, l'incertitude sur l'observation des hauteurs du niveau de l'eau, dans le bassin de jauge, demeurait comprise, même pour les parties basses, entre 1 et 2 millimètres, et que, pour la hauteur relative à 8110 litres, les variations n'allaient qu'à quelques dixièmes de millimètre; mais, en admettant même qu'on pût commettre une erreur de 1 millimètre sur les 350 millimètres correspondans aux 8110 litres, ce que nous ne pensons pas, il en résulterait que, dans la mesure des dépenses fournies par les orifices où l'on a laissé couler un pareil volume de liquide, on se serait trompé au plus de $\frac{1}{350}$ sur la totalité.

49. Quand il s'agissait de mesurer de petites dépenses d'eau, on cessait de se servir du grand bassin, attendu que les chances d'erreurs auraient augmenté, soit qu'on eût laissé l'eau s'écouler, dans ce bassin, pendant un temps suffisamment long pour que le niveau atteignît les 35 centimètres relatifs aux 8110 litres, soit qu'au contraire on y eût admis une quantité d'eau beaucoup moindre, afin de diminuer

Digitized by Google

la durée de l'écoulement. En général, on ne s'est servi du grand bassin ou de la jauge de 8110 litres que pour les expériences où la dépense des orifices s'élevait au-delà de 13 litres par seconde, de sorte que l'écoulement durait au plus 10 minutes; et, comme les plus fortes dépenses n'ont jamais atteint 150 litres par seconde, cette durée pour les 8110 litres a toujours été d'au moins 54 secondes, qu'il était facile d'évaluer avec une précision d'environ $\frac{1}{300}$, à l'aide du chronomètre à plume de Bréguet. Pour les dépenses de 4 à 13 litres par seconde, on s'est servi d'une jauge à part de la capacité de 870 litres; pour celles de 1 à 4 litres seulement, on s'est servi de capacités contenant 400 à 600 litres; enfin, pour les dépenses de 1 litre et au-dessous par seconde, on a mis en usage une capacité plus petite encore, et cubant 200 litres seulement.

A cet effet, on a substitué au grand bassin l'un des cuviers avec lesquels on avait opéré (44) son dernier étalonnage; ce cuvier, qui avait la forme d'un tronc de cône dont le fond occupait la petite base, fut établi dans l'intérieur même du bassin, et consolidé en haut et en bas par des traverses et écharpes, de manière à empêcher toute déformation sous les charges diverses de fluide qu'on y introduisait : c'est sur son fond qu'on fixait l'écrou à pattes servant à recevoir la tige graduée et la pointe dont il a été fait mention au n° 37, et à l'aide de laquelle on relevait la hauteur du niveau de l'eau introduite dans le cuvier, de la même manière que pour le grand bassin de jauge.

50. Pour la détermination des hauteurs occupées par les 870, 600, 400 et 200 litres ci-dessus, on s'est servi du décalitre-étalon (36), et les opérations ont été vérifiées différentes fois, notamment quand on plaçait ou déplaçait le cuvier; ce qui avait lieu au commencement et à la fin de chaque série distincte d'expériences. Ces hauteurs

Digitized by Google

étant respectivement de 648, 470, 324 et 170 millimètres, en nombres ronds, et la mise en contact de la pointe du curseur avec le niveau de l'eau se faisant ici d'une manière très-commode, on a pu compter sur un degré de précision de $\frac{0,5}{170} = \frac{1}{340}$ au moins, puisque les opérations mêmes du jaugeage du cuvier prouvent que les différences relatives à l'évaluation des hauteurs du niveau ne s'élevaient jamais au-delà de $\frac{1}{2}$ millimètre.

51. Comme on se proposait, dans la mesure des petites dépenses, de n'opérer qu'avec une hauteur de niveau ou capacité fixe, sans recourir à l'emploi de parties proportionnelles, on avait l'attention de n'introduire pour chaque expérience qu'un volume d'eau fort approchant de celui qui servait de jauge : la pointe du curseur restait constamment à la position qui répondait à ce dernier volume, et l'on versait après coup dans le cuvier, ou l'on en retirait avec des vases-étalons, la quantité d'eau nécessaire pour que le niveau atteignît exactement l'extrémité inférieure de cette pointe. Cette opération donnait directement et rigoureusement le volume effectif de la dépense.

La durée des observations, soit avec le cuvier, soit avec le grand bassin, ne s'élevant jamais au-delà de 10′, et les pertes d'eau pour ce temps étant tout-à-fait insensibles, ou moindres que $\frac{1}{1000}$ du volume versé, on a jugé à propos de n'en point tenir compte. D'ailleurs, d'après les précautions qui avaient été prises pour jauger le cuvier, on devait s'attendre à obtenir, dans les expériences sur les fortes ou les faibles dépenses des orifices, des résultats absolument comparables; et c'est, en effet, ce dont on s'est assuré, chaque fois qu'on substituait ce cuvier au grand bassin ou réciproquement, en recueillant successivement dans l'un et dans l'autre la dépense qui, dans des temps égaux ou très-différens, se faisait par un même orifice et sous une même charge.

L'orifice de 5 centimètres de hauteur sur 20 centimètres de

Digitized by Google

largeur, sous les charges de $0^m,477$ et de $0^m,2125$ au-dessus du centre, a été choisi de préférence pour cette vérification, parce qu'il fournit l'eau en quantité convenable pour opérer avec exactitude, soit en faisant usage du cuvier, soit en faisant usage du grand bassin. Les écarts des résultats déduits de ces deux manières de jauger les dépenses sont toujours demeurés compris dans les limites mêmes des anomalies relatives à un seul appareil. Aussi ces résultats, quoique obtenus à des époques souvent très-éloignées entre elles, ont-ils été rapportés indistinctement, et à la suite les uns des autres, dans le tableau des dépenses relatif à l'orifice de 5 centimètres dont il s'agit. (Voyez le n° 110 de ce mémoire.)

Enfin l'étalonnage du même cuvier ayant été plusieurs fois répété dans le cours des expériences de 1828, il a servi de vérification pour la cote $0^m,350$ des 8110 premiers litres du grand bassin.

52. Le jaugeage a absorbé une portion considérable du temps consacré aux diverses expériences de 1827 et 1828; mais nous ne pensons pas qu'on puisse nous reprocher d'avoir cherché à mettre dans ces opérations fondamentales une rigueur inaccoutumée, ni qu'on regarde comme tout-à-fait superflues les discussions auxquelles nous venons de nous livrer, pour mettre les lecteurs en état d'apprécier la nature des difficultés que nous avons rencontrées, et le degré d'exactitude qui a été atteint dans les résultats.

Si l'on nous demande d'ailleurs pourquoi nous n'avons point essayé d'établir le jaugeage du grand bassin à l'aide d'opérations purement géométriques, ne serait-ce que pour en comparer les résultats à ceux du jaugeage direct fait avec les étalons, nous répondrons qu'attendu les déformations et tassemens éprouvés par les charpentes de ce bassin dans la première année de sa construction, les opérations géométriques dont il s'agit eussent été non moins délicates, non moins incer-

Digitized by Google

taines, non moins pénibles, que celles dont nous venons de rendre compte; et que, si l'on s'est un peu exagéré, lors du jaugeage direct, l'influence de l'évaporation, de l'hygrométricité des bois, des fuites d'eau à travers les joints, et des altérations accidentelles des formes du bassin que pouvait occasioner l'introduction de grandes masses de liquide, on n'en a pas moins eu quelque raison de se tenir en garde, et de rejeter toute méthode qui ne permettrait pas d'en tenir compte dans les expériences sur les produits d'eau fournis par les divers orifices. Enfin on doit surtout considérer que ce jaugeage a eu pour avantage inappréciable d'exercer les aides, et de donner à l'observateur lui-même une habileté et une intelligence des moindres inconvéniens de l'appareil, qu'il n'eût acquises qu'aux dépens de l'exactitude dans les résultats essentiels.

53. Au surplus, nous sommes loin de vouloir justifier toutes les dispositions adoptées; nous avons nous-mêmes signalé les défauts que l'expérience nous a fait connaître, et nous avons aussi indiqué (29 et 31) quelques-uns des moyens qu'il eût fallu mettre en usage pour que le jaugeage fût plus rigoureux et plus expéditif. Nous ajouterons qu'il eût surtout été essentiel de rendre plus commode l'observation des hauteurs du niveau de l'eau, dans le bassin de jauge, par le contact de la pointe; méthode qui d'ailleurs nous paraît en elle-même offrir moins de chances d'erreurs que l'emploi des flotteurs, des tubes communicans, &c. Notamment on aurait pu diminuer à volonté l'amplitude des oscillations de l'eau dans le puits où se font les observations (30), en rétrécissant convenablement la section du canal qui met l'eau de ce puits en communication avec celle du grand bassin de jauge, au moyen d'une petite vanne placée à son entrée (1), &c.

(1) Cette vanne a été construite depuis que ceci a été écrit; mais elle n'a pas produit

Digitized by Google

Mais il eût surtout été à propos de reculer en arrière les marches de ce puits, de manière à les éloigner de l'échelle de jauge (37), et à laisser entre elles et le canal de communication souterraine un espace suffisant pour y contenir à l'aise l'observateur, qui aurait d'ailleurs été séparé des eaux du puits par une cloison étanche, élevée un peu au-dessus du niveau de ces eaux et formée de madriers qui, étant simplement adaptés dans des feuillures verticales, auraient pu être enlevés ou replacés selon que l'exigeaient les hauteurs du niveau à observer.

Dans les opérations des années suivantes, on ne manquera pas d'apporter ces légers perfectionnemens aux diverses parties des appareils, et plusieurs autres encore déjà mentionnés précédemment, ou dont il sera parlé un peu plus loin.

§ II.

DISPOSITIFS DE DÉTAILS, PRÉPARATION AUX EXPÉRIENCES.

54. Ayant adopté pour règle générale, dans nos expériences, de ne point toucher aux orifices pendant tout le temps où il s'agit d'opérer avec la même ouverture, et cela, afin d'être certains que, pour chaque charge, l'écoulement de l'eau est devenu parfaitement uniforme, nous avons dû chercher un moyen particulier pour intercepter à volonté la communi-

---

l'effet qu'on en attendait, parce que les oscillations viennent du fond. Après divers essais, on a atteint le but en fermant entièrement la communication avec une planche percée de trous de vrille très-rapprochés. Cette planche détruit les oscillations aussi complétement que possible, et elle n'empêche pas le niveau de s'établir très-promptement entre la jauge et le puits, d'autant plus qu'on a été conduit alors à percer tout simplement de petits trous, sur toute sa hauteur, la paroi qui les sépare; ce qui augmente beaucoup la surface d'arrivée de l'eau dans celui-ci.

Digitized by Google

cation entre le bassin de jauge et le réservoir de prise d'eau, de manière à ne recueillir dans ce bassin que le liquide qui s'écoule en un espace de temps exactement déterminé. Dans les expériences en petit, la condition est facile à remplir, et peut même l'être de beaucoup de manières différentes; mais il n'en est pas ainsi dans les appareils construits sur une grande échelle. Voici le dispositif qui, après diverses tentatives faites en 1827 et au commencement de 1828, a paru remplir avec le plus d'avantages le but désiré.

Immédiatement au-dessous de l'orifice d'écoulement (A) (*planches 1 et 2, fig. 1, 2, 4 et 6*), on a placé un canal rectangulaire LM de $0^m,60$ de largeur, construit en madriers de sapin de 5 centimètres d'épaisseur, et dont la longueur, de 11 mètres environ, est telle, que l'extrémité inférieure ou d'aval puisse verser immédiatement l'eau dans le grand canal de décharge (F'), au-delà de la vanne du bassin de jauge (J'). Le canal passe donc par-dessus ce bassin et partage sa largeur en deux parties égales; ses bords latéraux sont élevés de 25 centimètres au-dessus du fond, qui a une légère pente d'une extrémité à l'autre, et se trouve, vers l'amont, abaissé de $0^m,27$ au-dessous du bord inférieur fixe de l'orifice : cette distance a paru suffire pour que la réaction des parois du canal ne troublât pas l'écoulement qui se fait par l'orifice, et n'en modifiât pas la dépense. L'expérience, comme on le verra plus bas, est venue confirmer ce fait, dont on pouvait en quelque sorte être certain à l'avance, d'après la remarque de Bossut (2) sur la dépense des orifices prolongés par des canaux découverts. Les joints du canal ont d'ailleurs été calfatés ou mastiqués dans toute leur longueur et contre la paroi de l'orifice, de manière à tenir parfaitement l'eau; ce dont on s'assurait aisément, puisque le canal se trouvait entièrement détaché du sol.

55. Pour verser immédiatement l'eau dans le bassin de jauge, on a pratiqué, dans la partie du fond du canal située

Digitized by Google

immédiatement au-dessus de ce bassin, une ouverture *abcd* (*planche 2, fig. 4, 12 et 13*) occupant toute la largeur de ce fond, et dont la longueur $0^m,96$ suffit, dans tous les cas, pour laisser échapper assez librement le fluide, à mesure qu'il arrive de l'orifice, pour qu'aucune de ses parties ne puisse atteindre le bord d'aval de l'ouverture, et s'écouler ainsi dans la grande décharge. Une coulisse ou portion de canal, mobile dans l'intérieur du précédent et ouverte par les deux bouts, sert à intercepter ou à rétablir complétement le passage de l'eau, au signal précis que reçoivent les hommes chargés de la manœuvre, qui s'opère d'ailleurs au moyen de cordelles attachées aux deux extrémités de cette coulisse. Le fond de celle-ci affleurant exactement le fond de la partie d'amont du canal fixe, dont il forme en quelque sorte le prolongement, et étant en saillie de toute son épaisseur sur celui de la partie d'aval qui a été abaissé en conséquence, on évite par-là toute espèce de remous et de rejaillissement de l'eau dans les instans où le passage est intercepté. Mais, comme une certaine portion du liquide pourrait encore s'échapper en amont de la coulisse par les vides qui existent entre ses rebords verticaux et les joues du canal fixe, on a placé en saillie sur celles-ci deux liteaux triangulaires *i, k* (*planche 2, fig. 12 et 13*) contre lesquels viennent s'appuyer les rebords dont il s'agit, et qui obligent l'eau à s'en détacher sur une certaine longueur.

Malgré ces précautions, et quoiqu'on garnisse de vieux linge les parties qui, dans leur rapprochement, forment les joints, il s'en échappe toujours une certaine quantité d'eau, très-faible, il est vrai, mais qui peut s'accumuler pendant l'opération, souvent fort longue, du mesurage de la dépense. C'est pourquoi l'on a placé, au-dessous de l'ouverture fixe *abcd* (*planche 2, fig. 4, 12 et 13*) qui verse les eaux dans le bassin de jauge, une seconde coulisse *gh*, également mobile,

Digitized by Google

fermée du côté d'amont et ouverte du côté d'aval, laquelle est destinée à recueillir les fuites d'eau dont il s'agit pour les déverser dans un autre petit canal fixe *lm*, traversant le bordage du bassin, et dont l'écoulement se fait dans la décharge générale.

La coulisse inférieure *gh* se manœuvre *à tiroir*, comme celle du dessus, au moyen de cordelles et par les mêmes hommes. Cette dernière coulisse étant fermée, et l'autre en place de manière à intercepter tout accès des eaux dans la jauge, rien de plus facile que d'ouvrir le passage au courant uniforme du grand canal : à un premier commandement, précédé d'un avertissement, les hommes dégagent la coulisse inférieure; à un second commandement, ils tirent en arrière vers l'aval la coulisse supérieure. Cette dernière manœuvre dure environ une demi-seconde, et l'on commence à compter le temps du versement des eaux dans la jauge dès la fin même du dernier signal. Quand, au contraire, on veut suspendre l'écoulement de l'eau dans le bassin et la diriger vers la décharge, on ferme la coulisse supérieure au signal de l'observateur, puis, immédiatement après, la coulisse inférieure. Le temps cessant ici d'être compté à l'instant même où les hommes tirent la coulisse supérieure, qu'ils ont préalablement eu soin d'approcher à une distance fort petite du jet, on voit que les choses se trouvent à peu près compensées dans les deux cas, de manière à donner des résultats sensiblement égaux à ceux qu'on obtiendrait, si l'admission de l'eau dans la jauge et la suppression de l'écoulement étaient réellement instantanées.

56. Toutefois, deux causes pouvaient ici conspirer également à faire estimer la dépense de l'orifice au-dessus de sa véritable valeur, de celle qui répond strictement à l'intervalle de temps écoulé entre les deux commandemens. D'abord, en vertu de la manœuvre de la coulisse, le régime de l'eau, dans la partie d'amont du canal fixe, se trouve complétement

Digitized by Google

modifié, attendu que la section ou le volume du fluide contenu dans cette partie n'est point le même avant et après cette manœuvre. Quand la coulisse est fermée, la résistance qu'elle oppose, ainsi que toute la partie d'aval du canal fixe, au mouvement du courant, occasione un remous naturel qui se fait sentir jusqu'à une certaine distance en amont, et qui augmente ainsi la section dans toute cette partie. Au contraire, dès qu'on ouvre la coulisse, la résistance et le remous dont il s'agit disparaissent, et une certaine portion du liquide qui formait ce remous s'échappe dans la jauge avec celui qui constitue la véritable dépense. Mais, comme la manœuvre inverse ne donne pas lieu à une diminution dans le produit de l'écoulement, puisque le remous ne se forme qu'après que la coulisse se trouve fermée, il s'ensuit que ce produit est réellement plus grand que celui qui se fait pendant le même temps par l'orifice mis en expérience.

En second lieu, on remarquera que l'eau qui coule sur la coulisse supérieure, à l'instant même où celle-ci est tirée brusquement vers l'aval, pour ouvrir le passage dans la jauge, on remarquera, dis-je, que cette eau, en vertu de son inertie et de la faible adhérence qui la retient sur la coulisse, continue à cheminer sensiblement avec la même vîtesse absolue dans l'espace. Si donc il arrive que cette vîtesse absolue soit inférieure à celle de la manœuvre, une portion du liquide supporté par la coulisse supérieure restera en arrière et retombera dans la jauge. Ainsi, lors des faibles dépenses d'eau, la vîtesse dans le canal étant également très-petite, on peut être conduit, en vertu de la seconde cause, à estimer les dépenses un peu au-dessus de leur véritable valeur; ce qui n'a pas lieu d'ailleurs d'une manière aussi sensible pour les fortes dépenses d'eau.

57. Pour éviter les deux causes d'erreurs que nous venons de signaler, il faudrait isoler complétement la partie d'amont

Digitized by Google

du canal de fuite, de celle d'aval et de la coulisse, au moyen d'un ressaut de quelques pouces de hauteur qui rendrait indépendans l'un de l'autre les régimes de l'eau dans ces deux parties; mais cette disposition aurait l'inconvénient, fort grave dans certains cas, de diminuer notablement la hauteur de pente disponible entre le bord inférieur des orifices et le bassin de jauge. Dans la réalité, l'excès des dépenses obtenues par cette méthode sur les dépenses véritables n'est point aussi grand qu'on pourrait le supposer d'abord : c'est ce que constate positivement le résultat d'expériences où, voulant opérer sur des orifices de 5 centimètres de hauteur avec des charges de $0^m,2125$ et $0^m,4770$ seulement sur le centre, on avait essayé de verser l'eau du canal, non dans le grand bassin de jauge ou dans un cuvier découvert, mais dans trois petits tonneaux-étalons disposés perpendiculairement à la direction de ce canal, et surmontés d'une auge ou entonnoir commun, au fond duquel on avait pratiqué des ajutages convenables. Cette auge, qui formait avec l'extrémité d'aval du même canal une sorte de T fermé de tous côtés, excepté vers la partie supérieure, se remplissait d'eau jusqu'à une certaine hauteur qui surpassait en général celle qu'occupait le liquide dans le canal d'arrivée; de sorte qu'il y avait, vers le débouché de ce dernier, un ressaut brusque ou remous qui s'étendait à une certaine distance du côté d'amont.

D'ailleurs, la disposition de la coulisse de manœuvre était la même que précédemment, à cela près qu'en l'ouvrant on faisait échapper l'eau dans la décharge générale par un canal inférieur particulier, et qu'en la fermant on faisait verser cette même eau dans les tonneaux de jauge. Cette opération étant précisément l'inverse de celle que nous avons décrite au n° 55, et la section du courant ou le remous dans le canal étant ici beaucoup plus grand, il devait naturellement en résulter une diminution très-sensible dans l'estimation des

Digitized by Google

produits : c'est ce qu'on observa, en effet, en comparant les résultats fournis par cette méthode avec ceux qui avaient été obtenus par la première, dans des circonstances d'ailleurs identiques, soit sous le rapport des dimensions des orifices, soit sous celui des charges de fluide dans le réservoir supérieur.

58. Comme le canal dont on se servait ici pour recevoir les produits d'eau était beaucoup moins large que le précédent (54), puisqu'il n'avait que 25 centimètres dans œuvre; comme on avait placé la coulisse de manœuvre tout contre la paroi de l'orifice; comme enfin on avait été obligé de relever un peu ce même canal et d'en rapprocher le fond jusqu'à $0^m,135$ du bord inférieur de cet orifice, on pouvait attribuer en partie la diminution de la dépense à l'influence de ces dispositions. Or on obtint, par des expériences directes, sensiblement les mêmes produits, soit qu'on éloignât la coulisse du réservoir, soit qu'on recueillît l'eau dans les tonneaux, soit qu'on la recueillît dans le grand bassin de jauge, tout en conservant d'ailleurs le canal en forme de T et les autres dispositifs concernant ce mode d'écoulement. Il était donc clair que la position particulière de la coulisse ne pouvait exercer d'influence sur l'estimation des dépenses, et l'exactitude des mesures fournies, soit par les tonneaux, soit par la grande jauge, ne pouvait non plus être révoquée en doute. Il restait à constater la part d'influence que pouvait avoir sur la diminution des produits la position élevée du canal en T. A cet effet, sans rien changer du reste à la disposition de ce canal, on en abaissa le fond à 27 centimètres au-dessous du bord inférieur de l'orifice; seulement, au lieu de déverser les eaux dans les trois tonneaux, ce qui était impossible vu leur hauteur, on les recueillit dans la grande jauge : les dépenses qu'on obtint ainsi furent en effet trouvées plus fortes, quoiqu'encore au-dessous de celles que donnait le grand canal pour les mêmes circonstances, dans le rapport de 6282

Digitized by Google

à 6309, c'est-à-dire, d'environ $\frac{1}{234}$ de leur valeur totale. La faiblesse de cette différence fit conclure naturellement que le mode de manœuvrer la coulisse n'avait par lui-même qu'une influence insensible, tandis que le rapprochement du fond du canal en T du bord inférieur de l'orifice en avait, au contraire, exercé une assez grande sur la diminution des produits effectifs, lors des premières expériences avec ce canal; et, comme l'emploi des petits tonneaux pour jauger les dépenses ne permettait pas d'abaisser convenablement le fond de ce même canal, on renonça complétement à en faire usage par la suite.

59. Au fait, les expériences entreprises un peu plus tard sur les orifices accompagnés extérieurement d'un coursier ou canal découvert, dont les parois sont dans le prolongement exact des bords de ces orifices, ont démontré de la manière la plus positive que, pour l'ouverture de $0^m,05$ et les charges de $0^m,2125$ et $0^m,4770$, avec lesquelles on avait précédemment opéré (57), l'influence des parois du canal est absolument inappréciable, quant à l'altération des produits. Ainsi il faut rejeter la diminution observée, lors des expériences avec le canal en T, principalement sur le mode même d'en manœuvrer la coulisse, et spécialement sur la hauteur à laquelle s'élevait le remous quand le fond du canal ne se trouvait qu'à $0^m,135$ au-dessous du bord inférieur de l'orifice. En effet, plus il y a de remous dans ce canal, plus la coulisse a d'action pour retenir l'eau en amont, et empêcher que toute celle qui fait partie de la dépense ne se rende dans la jauge; en outre, l'ouverture brusque de cette coulisse fait évidemment passer dans la décharge générale une quantité de liquide d'autant plus grande, que la section d'eau dans le canal est elle-même plus considérable.

60. Les expériences qui constatent l'influence du mode d'admission de l'eau dans la jauge ont été rapportées, à la suite

Digitized by Google

de ce mémoire (1), dans un tableau à part, inscrit sous le n° XI, et qu'on peut considérer comme un supplément au tableau n° VI, concernant l'orifice de 5 centimètres d'ouverture. En jetant un coup d'œil sur les chiffres des colonnes 9, 10, 11 et 12, on observe que, quoique prises à plusieurs jours de distance, et en substituant la jauge aux trois tonneaux, les dépenses d'une même série, ou, ce qui revient au même, les coefficiens qui s'en déduisent, n'ont pas présenté avec leur valeur moyenne des différences qui excèdent le $\frac{1}{130}$ ou plus généralement le $\frac{1}{200}$ de cette valeur.

L'inspection des chiffres des colonnes 9, 10, 11 et 12 du VIe tableau, relatif au même orifice de 5 centimètres et aux expériences faites avec le canal de $0^m,60$ de largeur, donne lieu à des conclusions encore plus satisfaisantes; mais, si l'on compare les coefficiens qui, dans la colonne 21 de ce même tableau, correspondent à ceux de la colonne 14 du tableau n° XI, on verra que les coefficiens respectifs présentent des différences qui surpassent même le $\frac{70}{6300}$ ou le $\frac{1}{90}$ de leurs valeurs, et qui étaient trop considérables pour qu'on pût songer à se servir du canal en forme de T et des tonneaux de jauge, quels que fussent les avantages qu'ils présentassent sous d'autres rapports.

Quoi qu'il en soit, il nous semble clairement résulter des discussions précédentes que, dans toutes les expériences où l'on s'est servi du bassin ou du cuvier de jauge avec le canal de $0^m,60$ de largeur et son mode de coulisse, les dépenses de fluide observées n'ont pas dû excéder les véritables de plus de $\frac{1}{200}$ de leur valeur totale, c'est-à-dire, d'une quantité un peu moindre que la moitié de la différence *maximum*, relatée ci-dessus, entre les résultats de ce mode d'opérer et de celui qui consiste à se servir du canal en forme de T (57). Peut-

(1) Consultez le § I.er du chapitre III, pour tout ce qui concerne la composition des tableaux des dépenses.

Digitized by Google

être même trouvera-t-on que nous exagérons ici beaucoup trop la quotité de l'erreur qui a pu être commise, si l'on considère que la durée des observations sur les faibles dépenses a généralement surpassé (49) 66 secondes; dépenses pour lesquelles d'ailleurs on a toujours eu l'attention, 1° de tirer moins vivement la coulisse, afin d'éviter qu'une certaine portion de liquide ne restât en arrière; 2° de charger un troisième aide, très-intelligent, de soulever la partie d'amont de cette même coulisse à l'instant précis où les deux autres tiraient en arrière la partie d'aval : d'où il résulte que, dans les expériences où l'erreur en excès sur l'estimation de la dépense eût pu acquérir le plus d'influence (56), on l'a presque totalement évitée.

61. En terminant ce qui concerne le mesurage des dépenses, nous devrons encore faire observer que, dans la vue de diminuer le plus possible les oscillations provenant du versement de l'eau dans le grand bassin de jauge, et de faciliter ainsi l'observation immédiate du niveau qu'elle y occupait à la fin de chaque expérience, on avait l'attention d'en recevoir le jet dans un panier d'osier sans fond et reposant par ses bords inférieurs sur le plancher du bassin : ce panier P (*planches 1 et 2, fig. 2, 3 et 4*), construit exprès, avait des dimensions suffisantes pour recevoir et laisser échapper en filets disséminés toute l'eau affluente, sans lui permettre de déborder. On n'a pas oublié d'ailleurs de tenir compte, d'après des expériences spéciales, de la quantité de fluide déplacée par ce panier dans les différens cas, afin d'obtenir la dépense avec toute l'exactitude désirable.

Dispositif des Orifices d'écoulement, de la Vanne, &c.

62. Nous avons déjà dit (25) que l'orifice ou pertuis fixe de 20 centimètres de côté, sur lequel on a fait les expé-

Digitized by Google

riences de 1827 et de 1828, était pratiqué dans l'épaisseur d'un châssis en madriers de 5 centimètres d'épaisseur, fixé par des boulons à tête fraisée sur les montans du bassin de retenue (R'); que ses bords étaient évasés extérieurement, et présentaient une arête vive du côté du réservoir, de sorte qu'il pouvait être considéré comme établi en minces parois : nous allons ajouter quelques particularités essentielles à cet aperçu sommaire.

Lors des expériences de novembre 1827, où l'on se proposait de relever géométriquement la forme de la veine liquide, on opéra directement avec l'orifice en bois dont il s'agit, et qui avait été dressé avec le plus grand soin à l'atelier de précision de l'école; mais on s'aperçut, au bout de peu de temps, que son bord inférieur se trouvait légèrement dentelé par l'action de l'eau employée sous de fortes charges, ou des corps étrangers qu'elle entraîne avec elle dans son mouvement, et l'on garnit ce bord d'une lame de cuivre mince terminée par un biseau. Plus tard, on reconnut que le même accident était survenu au bord supérieur de l'orifice, et on le remplaça également par une seconde lame de cuivre. Enfin, quand, après avoir terminé les expériences de 1827, on vérifia les dimensions horizontales de cet orifice, on les trouva généralement au-dessus de leur valeur primitive (200 millimètres) d'une quantité comprise entre 0,5 de millimètre et 1,1 millimètre (ce dernier nombre répondant à l'axe horizontal de l'orifice, et l'autre à son sommet ou à sa base), de telle sorte que sa largeur et sa surface se trouvaient augmentées d'environ $\frac{7}{2000} = \frac{1}{286}$ de leurs valeurs primitives.

Afin d'éviter entièrement ces déformations, lors des expériences de 1828, on fit construire dans les ateliers de l'école une plaque de cuivre de 4 millimètres d'épaisseur, parfaitement plane et dans laquelle on pratiqua une ouverture

Digitized by Google

carrée de 200 millimètres juste de côté; on l'encastra, de toute son épaisseur, dans le pourtour intérieur du pertuis en bois, en l'y fixant par des boulonnets à tête fraisée et exactement arasée. De plus, à cause de l'épaisseur assez forte de cette plaque, les bords ou parois formant le véritable orifice ont été limés et évasés sous le même angle (45°) que le contour du pertuis en bois dont ils font ainsi le prolongement exact. Enfin il est nécessaire de rappeler (27) que le bord inférieur du même orifice se trouve élevé de $0^m,54$ au-dessus du fond revêtu du réservoir, et que ses côtés verticaux sont distans de $1^m,74$ de chacune des faces latérales de ce réservoir.

63. Pour pouvoir diminuer à volonté la hauteur de l'orifice, on s'est servi d'une vanne mince de cuivre (*planche 2, fig. 4, 5, 6 et 14*) de 4 millimètres d'épaisseur et de 287 millimètres de côté, parfaitement bien dressée sur ses grandes faces, et qu'on levait ou baissait au moyen d'une tige de fer amincie vers le bas, ayant 18 millimètres environ de largeur. Cette tige est surmontée d'une poignée en fer pour la manœuvre; elle est guidée dans son mouvement vertical par des brides ou pitons à patte qui la maintiennent contre la paroi intérieure du réservoir, et dont le dernier, placé au haut de cette paroi, porte une vis de pression qui sert à fixer tout-à-fait la vanne dans la position qu'on veut lui donner pendant la durée des expériences. La tige porte, à son extrémité inférieure, une *patte d'oie* dont les branches sont rivées sur la vanne de cuivre, et amincies de manière à saillir le moins possible sur la face de cette vanne en contact avec l'eau du réservoir. Cette face est d'ailleurs terminée vers le bas par un chanfrein très-doux, limité par une arête horizontale, aiguë et saillante, qui se trouve ainsi rigoureusement dans le plan des autres arêtes fixes de l'orifice, dont le contour détermine la forme extérieure de la veine fluide, condition qui est naturellement

Digitized by Google

remplie quand on lève entièrement la vanne pour faire usage de l'orifice de 20 centimètres de côté, et qui l'était généralement dans toutes les expériences de Bossut, de Michelotti, &c., sur les orifices en mince paroi.

Dans le cas ordinaire des vannes d'écluse ou de moulin, qui ont depuis 1 pouce jusqu'à 3 et même jusqu'à 4 pouces d'épaisseur, l'arête inférieure de la vanne, qui, du côté du réservoir, détermine la forme de la nappe supérieure du jet; cette arête n'est pas dans le plan des autres arêtes efficaces de l'orifice, puisque toujours la vanne glisse dans des feuillures pratiquées, soit sur l'intérieur des joues verticales du pertuis, soit sur leurs arêtes saillantes situées du côté du réservoir : or il en résulte une déformation plus ou moins sensible de la veine fluide à la sortie de l'orifice, et par conséquent une altération quelconque dans la dépense.

Nous examinerons plus tard l'influence de ces dispositions particulières, qui varient avec les localités et suivant la pratique des constructeurs; nous avons voulu d'abord rapprocher le plus possible nos expériences de celles des auteurs qui ont opéré sur des orifices en minces parois planes, afin d'en rendre les résultats comparables avec ceux qu'ils ont obtenus.

64. Quand la vanne est entièrement baissée, elle recouvre tout le pourtour de l'orifice sur une largeur de 4 centimètres; aucune eau ne s'échappe par les joints, et il en est de même encore pour la partie que recouvre cette vanne, lorsqu'elle est levée de manière à dégager complétement le bord inférieur de l'orifice : mais, comme alors la vanne cesse d'être appuyée par le bas, elle doit fléchir un peu sous la charge de l'eau, et son arête inférieure, qui forme l'arête supérieure de l'orifice d'écoulement, ne doit plus être rigoureusement en ligne droite.

Lors des premières expériences de 1827, on avait mis

Digitized by Google

en usage une vanne qui n'avait que 2 millimètres environ d'épaisseur, et dont la flèche de courbure était assez sensible pour produire une certaine altération dans les résultats; mais, avant la fin même de ces premiers essais, et dès qu'il a été question d'opérer sur des orifices au-dessous de 20 centimètres de hauteur, pour lesquels la flexion dont il s'agit pouvait jouer un rôle, on a eu soin de faire usage de la vanne plus épaisse mentionnée ci-dessus.

Dans les expériences de l'année 1828, on a même jugé à propos de soutenir le bord inférieur de cette dernière vanne, contre la poussée de l'eau, par un petit prisme de bois horizontal, qui lui-même avait pour point d'appui une vis de pression dont l'écrou était solidement lié aux madriers de bordage de l'orifice. On peut voir, représenté en coupe et élévation dans les figures 4, 6 et 14 de la planche 2, le détail de ce dispositif qui remplit encore un autre but important. En effet, pour empêcher que l'arête inférieure de la vanne n'endommageât celle du bord inférieur de l'orifice, au moment où l'on voulait fermer entièrement cette vanne, on était obligé, lors des expériences de 1827, de soutenir l'arête inférieure dont il s'agit avec la branche horizontale d'une espèce de T, dont la tige était guidée par la main d'un homme pendant que s'opérait la fermeture, tandis qu'il suffit maintenant de serrer la vis de pression qui pousse en avant le prisme horizontal.

Voici maintenant comment on est parvenu à régler avec une certaine précision le mouvement de cette vanne ou les hauteurs de l'orifice d'écoulement.

65. Lors des expériences de novembre et décembre 1827, on avait placé, sur la partie supérieure du bordage en madriers qui porte l'orifice (*planche 2, fig. 4, 5, 6 et 14*), un double-décimètre en cuivre *n*, divisé en centimètres et ayant la forme d'un prisme triangulaire. Ce prisme était

Digitized by Google

emaillé, sur une certaine longueur, dans l'épaisseur du dernier madrier, et sa large face était appuyée contre la face d'aval de la tige qui sert à manœuvrer la vanne, face qu'elle recouvrait en partie. On avait pratiqué sur cette tige un trait fin horizontal, tel qu'étant amené sur la division du prisme servant de point de départ de l'échelle, l'arête inférieure de la vanne se trouvait en contact immédiat avec l'arête tranchante du bord inférieur de l'orifice; par conséquent, les hauteurs variables du trait de la tige au-dessus du zéro du prisme indiquaient exactement les ouvertures verticales correspondantes de l'orifice. Et, comme les divisions en centimètres du prisme étaient tracées sur une des arêtes tranchantes en contact avec la tige, il devenait facile de régler les ouvertures dont il s'agit, d'autant plus qu'elles ont toujours été d'un nombre rond de centimètres, sauf une seule d'un demi-centimètre qui a été mise en expérience dans la première campagne. Mais ce dispositif était, pour les faibles ouvertures de vanne, sujet à des erreurs bien autrement graves que celles qui pouvaient résulter de la simple lecture des subdivisions de l'échelle, et l'on ne tarda pas à s'en apercevoir avant la fin même de cette campagne.

On remarquera, en effet, que les indications de l'échelle qui donnent les ouvertures de l'orifice peuvent être altérées, 1° en vertu des variations de longueur de la tige de manœuvre de la vanne, qui proviennent des changemens de température de l'air ou de l'eau dans lesquels cette tige et cette vanne sont plongées; 2° par les variations qui résultent de l'hygrométricité des madriers compris entre le bord inférieur de l'orifice et le double décimètre-échelle. Ces causes d'erreurs ont exercé une certaine influence sur les résultats des diverses expériences, et ont amené, pour les petits orifices, des corrections assez importantes pour qu'il devienne nécessaire d'entrer dans quelques explications à leur sujet.

Digitized by Google

Discussions et Corrections relatives aux Hauteurs des Orifices.

66. Lors des premières expériences de 1827, qui suivirent l'installation de la vanne et de son échelle, c'est-à-dire, lorsqu'on introduisit pour la première fois l'eau dans le réservoir à toutes hauteurs, l'hygrométricité des madriers du bordage, sur lesquels reposait le prisme gradué, produisit un effet sensible en relevant la position du zéro de l'échelle, qui, dès-lors, devait accuser des ouvertures plus fortes que les véritables; mais on peut admettre que cette erreur conserva une valeur très-sensiblement constante pour toutes les expériences de cette année, parce que, n'ayant opéré que sur de fortes charges d'eau, on maintint le réservoir presque constamment plein. De plus, l'erreur ne pouvait affecter en aucune manière les résultats concernant l'ouverture fixe de 20 centimètres sur laquelle il a d'abord été opéré, ni ceux des orifices en déversoir par lesquels ont été terminées les expériences de cette première campagne. Or, d'après le registre-journal, on s'est aperçu du déplacement du zéro de l'échelle à la fin du jour même où l'on entreprit les expériences relatives aux dépenses des orifices ayant moins de 20 centimètres de hauteur. Le réservoir fut vidé le lendemain de ce jour; et ayant amené le bord inférieur de la vanne en contact avec le bord pareil de l'orifice, on reconnut qu'en effet le trait marqué sur la tige de manœuvre de cette vanne se trouvait abaissé de près de 2 millimètres au-dessous du zéro de l'échelle du prisme; de sorte que les indications, en nombres ronds, des hauteurs des orifices soumis la veille à l'expérience, devaient toutes être augmentées de ces 2 millimètres. D'ailleurs, nous ne pensons pas qu'on doive attribuer cette différence de 2 millimètres uniquement au renflement des madriers du réservoir, non plus qu'au changement de température survenu depuis l'installation

Digitized by Google

de la vanne; car, peu de jours avant l'époque où l'on s'est aperçu du déplacement du zéro de l'échelle qui indique les hauteurs de vanne, on avait mis le réservoir à sec pour garnir le bord inférieur de l'orifice d'une lame de cuivre (62), on avait démonté le panneau qui contient cet orifice, et il est possible que ce panneau n'ait pas reçu la position qu'il avait d'abord par rapport au zéro ci-dessus. Enfin on remarquera que, cette échelle ne portant que de simples divisions en centimètres, on ne doit pas considérer les 2 millimètres ci-dessus du déplacement de son zéro comme une mesure bien rigoureuse, vu les circonstances dans lesquelles elle a été relevée, mais comme présentant un résultat approché plutôt trop fort que trop faible.

67. Quoi qu'il en soit, pour éviter, dans les expériences de 1828, l'influence de l'hygrométricité des madriers sur lesquels reposait directement le prisme gradué, on a complétement isolé ce prisme au moyen d'une pièce de fer saillante $p'q'm'r'$ (*planche 2, fig. 4 et 14*) encastrée par un bout sur la moise supérieure $m'r'$ de la retenue: cette moise, étant fortement embrévée et boulonnée contre les quatre gros montans en chêne d'aval, n'a pu éprouver aucun déplacement sensible dans le sens vertical. A la vérité, l'orifice est lui-même soumis à l'influence du déplacement qu'auraient pu éprouver les madriers du châssis dans lequel il est encastré; mais, comme ce châssis est fixé par 8 forts boulons contre les montans intermédiaires de la retenue, comme il est constamment baigné par l'eau du réservoir, on doit croire que le bord inférieur de l'orifice n'a réellement pas éprouvé de déplacement dont il eût été nécessaire de tenir compte dans les calculs : c'est, au surplus, ce dont on s'est assuré lors des vérifications du zéro de l'échelle faites de loin à loin pendant les expériences de 1828, et ce qui résulte aussi des opérations qui seront mentionnées plus loin (80).

Digitized by Google

68. Il nous reste à dire quelques mots touchant les effets que peuvent produire (65) les variations de la température de l'air et de l'eau sur la tige de manœuvre de la vanne, et sur le déplacement qu'a dû éprouver, par rapport à l'arête inférieure de cette vanne, le trait qui indique son élévation dans chaque cas. Lors des expériences préparatoires de novembre et de décembre 1827, on n'a pas même songé à tenir compte de ces effets, attendu qu'ils n'ont d'influence que pour les très-petites hauteurs d'orifice, et que, pendant tout le temps où l'on opérait sur de semblables ouvertures, les températures de l'air et de l'eau sont demeurées sensiblement constantes, et les mêmes que celles qui avaient lieu au moment où l'on rectifia (66) la position du zéro de l'échelle de ces ouvertures. Mais, dans la série des expériences reprises au mois d'août 1828, où la température a varié depuis 12 jusqu'à 25°, on s'est cru obligé d'en tenir compte pour tous les cas où elle aurait pu exercer une certaine influence.

En effet, on sait, par les expériences de Laplace et de Lavoisier, que le fer forgé s'allonge uniformément de $0^m,00122$ par mètre, dans l'intervalle compris entre 0° et 100° centigrades. Or, la hauteur du trait de la tige au-dessus du bord inférieur de la vanne étant de $2^m,16$, l'allongement ou le raccourcissement qu'elle éprouverait pour 5° seulement de changement de température, serait de $0^m,05 \times 0^m,00122 \times 2^m,16 = 0^m,0001318$, quantité qu'il ne serait pas permis de négliger dans tous les cas. Par exemple, si, lors d'une certaine expérience, le trait de la tige eût été placé de manière à indiquer, d'après l'échelle, une ouverture d'orifice de 10 millimètres, et qu'au même instant la température de cette tige se trouvât de 5° au-dessous ou au-dessus de celle qui répond au moment où l'appareil a été mis en place, la véritable ouverture serait réellement 10,1318 millimètres ou 9,8682 millimètres, c'est-à-dire, de $\frac{1}{76}$ environ plus forte ou plus

Digitized by Google

faible que celle qu'indiquait l'échelle; pour un orifice de 2 centimètres, la différence serait de $\frac{1}{152}$, et elle serait encore de $\frac{1}{228}$ pour un orifice de 3 centimètres d'ouverture.

69. Pour opérer cette correction avec une entière exactitude, il faudrait, 1° calculer séparément la dilatation de la vanne, qui est en cuivre, et celle de sa tige, qui est en fer, sans négliger le déplacement que peuvent éprouver, en sens inverse de la tige, les divisions du double décimètre-échelle, par suite des changemens survenus dans la température; 2° avoir égard, en faisant ces calculs, à l'influence réciproque des températures de l'air et de l'eau dans lesquels la vanne et la tige se trouvent simultanément plongées, influence qui fait varier en chaque point la température de cette tige, et, par suite, la grandeur de sa dilatation.

La faible différence entre la dilatation linéaire du fer et du cuivre, le peu de hauteur de la vanne et du décimètre-échelle par rapport à la hauteur totale de $2^m,16$, ont permis de négliger l'un et l'autre dans les calculs, d'autant plus qu'il s'opère inévitablement des compensations; d'un autre côté, comme aux époques où la correction pouvait exercer le plus d'influence sur les résultats, attendu la petitesse des ouvertures de l'orifice, les températures de l'air et de l'eau n'ont différé entre elles que de quelques degrés seulement, on s'est aussi borné à calculer la dilatation de la tige d'après la moyenne de ces températures, et dans l'hypothèse d'une dilatation uniforme, conformément à ce qui a été indiqué ci-dessus.

70. Enfin, au lieu de relever directement les températures dont il s'agit, au moment de chaque expérience on s'est borné, pour l'eau, à l'observer vers les huit heures du matin, ce qui était suffisamment exact, attendu les faibles variations qu'elle éprouve dans la durée d'un même jour; et, quant à celle de l'air, elle a été déduite, par interpolation, des tableaux météorologiques de l'école d'application, tenus par le garde

Digitized by Google

du génie Schuster, et qui donnent ces températures, jour par jour, à 9 heures, 12 heures et 3 heures. Comme l'heure de chaque expérience est connue très-approximativement d'après le registre-journal, que les opérations ne commençaient pas avant 8 heures et qu'elles finissaient vers 4 heures, on conçoit que la température qui leur convient respectivement est, par ce moyen, déterminée avec assez de précision. On aurait, sans doute, pu la prendre directement pour chaque expérience; mais il eût fallu, pour cela, un aide de plus qui en fût spécialement chargé, parce que l'observateur était trop occupé de ses calculs, et qu'il avait à reporter son attention sur une trop grande foule d'autres détails essentiels, pour ne pas l'oublier souvent. Au reste, il faut dire que nous ne nous attendions nullement à avoir à faire des corrections aussi délicates que celles qui nous occupent, et que ce n'est même point dans ce but que nous avons pris tous les jours la température de l'eau. Fort heureusement, pendant les journées des 26 août, 11, 12 et 14 septembre, où la correction pouvait exercer le plus d'influence, à cause de la petitesse de l'ouverture de l'orifice, le *maximum* de variation éprouvée par la température de l'air a été à peine de 5 degrés centigrades pendant toute la durée des expériences, et il n'est pas probable que les erreurs se soient élevées à plus de 1 ou de 2 degrés; ce qui n'en produit qu'un d'environ moitié sur la moyenne entre la température de l'air et de l'eau.

71. Telle est la manière dont on a tenu compte de l'effet des changemens de température sur la mesure des hauteurs des orifices mis en expérience dans l'année 1828; mais, comme il eût été pénible de faire la correction pendant la durée même des opérations sur place, et qu'on voulait éviter l'appréciation directe des dixièmes de millimètre, on continua, de même qu'en 1827, à placer, dans chaque expérience, le trait de la tige de la vanne sur un point de division répon-

Digitized by Google

dant à un nombre rond de centimètres de l'échelle. De plus, on calcula, chaque jour, les dépenses théoriques données par les formules en usage, et, les comparant aux dépenses effectives, on en déduisit le coefficient de contraction, sans faire aucune correction aux hauteurs d'orifice indiquées par l'échelle. Cette manière d'opérer donnait des résultats assez approchés pour qu'on pût en suivre la marche de jour en jour, et apercevoir les anomalies; mais, lors de la formation des tableaux définitifs annexés à ce mémoire, et sur lesquels nous reviendrons dans le § 1 du chapitre III, on a eu égard aux effets de la température, en se bornant toutefois à corriger la valeur des coefficiens de contraction d'abord obtenus, sans rien changer aux données principales et directement recueillies sur les lieux.

72. Nous ajouterons à tout ce qui précède que la position relative de la vanne et de sa tige, par rapport au zéro de l'échelle qui sert à en régler le mouvement, a été déterminée avec beaucoup de soin le 25 août 1828, la température de l'air à cet instant étant de 19°,5 et le réservoir étant vide; que l'on a, de temps en temps, vérifié cette position pendant le cours des expériences de cette même année. Enfin lorsque, dans le mois de novembre où la température était très-inférieure à 19°,5, on a opéré sur de petits orifices dont la base se trouvait dans le prolongement exact du fond du réservoir, expériences dont il sera rendu compte dans un autre mémoire, on a eu le soin de vérifier les indications de l'échelle en employant, pour régler directement la hauteur de ces orifices, de petites cales en bois de chêne, exécutées avec beaucoup de précision aux ateliers de l'école, et dont les fibres étaient placées dans le sens de la hauteur de l'orifice, pour éviter l'influence de l'hygrométricité, qui d'ailleurs ne pouvait se faire sentir d'une manière appréciable sur des hauteurs de 1 à 3 centimètres.

Digitized by Google

73. Malgré toutes ces précautions et ces vérifications, la méthode employée pour régler l'ouverture des orifices n'en est pas moins entachée de plusieurs causes d'erreurs, qui auraient dû la faire rejeter entièrement, surtout pour les petits orifices, si nous y eussions suffisamment réfléchi avant de commencer les expériences.

Le seul moyen vraiment rigoureux de régler la hauteur de tels orifices, c'est de les pratiquer dans une plaque de cuivre à demeure et d'une seule pièce, en vérifiant leurs dimensions verticales avec le plus grand soin; car ici les dixièmes de millimètre peuvent exercer une influence assez forte. Mais la substitution d'un orifice à un autre aurait peut-être eu des inconvéniens plus graves encore, et elle était même impraticable pour les cas où les bords de ces orifices devaient être prolongés, en dedans ou en dehors du réservoir, par des parois plus ou moins grandes : il eût fallu en effet démonter et remonter chaque fois ces parois, ainsi que le châssis qui contient les orifices, d'où seraient résultées non-seulement une grande perte de temps, mais encore l'impossibilité de replacer les choses dans les mêmes circonstances et d'obtenir des résultats comparables, puisque, en passant d'un dispositif à un autre, rien n'eût pu faire juger de quelle source provenaient les différences. Enfin nous tenions surtout à pouvoir rapprocher nos dispositions de celles de la pratique, où l'on se sert constamment de vannes mobiles qui peuvent exercer une influence plus ou moins sensible sur les lois des phénomènes et sur les volumes des dépenses.

74. Sans renoncer aucunement à l'emploi d'une vanne mobile, nous eussions pu d'ailleurs nous affranchir complétement de toutes les causes d'incertitude relatives à la hauteur des orifices, en traçant sur chaque côté ou sur l'axe vertical de la face extérieure de la vanne une échelle divisée en millimètres et susceptible de donner les fractions du milli-

Digitized by Google

mètre, au moyen d'un vernier appliqué contre un point de repère du bord supérieur du pertuis fixe. On conçoit en effet que, le mouvement de la vanne et par conséquent l'ouverture de l'orifice étant ici appréciés directement, il ne pourrait plus y avoir de source d'erreur, surtout si cette vanne était maintenue dans une direction exactement verticale au moyen de guides latéraux, c'est-à-dire, de façon que son arête inférieure demeurât constamment horizontale et parallèle au bord inférieur fixe de l'orifice.

Dans les expériences de la présente année (1829), qui sont déjà commencées depuis le mois de septembre dernier, sur les orifices prolongés, dans l'intérieur du réservoir, par des parois d'une grande étendue, on a adopté une pareille disposition pour la vanne. De plus, la grande tige qui la surmontait précédemment a été supprimée, et, pour en opérer facilement la manœuvre par la partie inférieure et du dehors du réservoir, on l'a prolongée vers le haut par une lame en fer de 4 centimètres de largeur, taillée en crémaillère et qui engrène dans un pignon du même métal, fixé sur un axe tournant, à frottement doux, dans un fourreau bien ajusté et qui traverse de part en part les madriers du barrage, sans laisser échapper l'eau : ce même axe est mis en mouvement par un levier extérieur, d'une longueur suffisante pour rendre appréciables les plus petits mouvemens de la vanne, et faciliter ainsi sa mise en place à une hauteur rigoureusement déterminée.

Ce dispositif est indiqué en plan, coupe et élévation, dans les figures *27*, *28*, *29* et *30* de la planche 3; on en trouvera le détail particulier dans la légende générale qui précède les planches. Il nous suffit ici de remarquer que la crémaillère n'a strictement que la hauteur nécessaire pour amener le bord inférieur de la vanne à quelques centimètres au-dessus du bord supérieur du pertuis fixe; qu'elle est, ainsi que le pignon,

Digitized by Google

entaillée dans l'épaisseur des madriers du barrage; que le tout est recouvert par une plaque de tôle destinée à faire disparaître toute aspérité intérieure qui pourrait gêner le mouvement du liquide; qu'enfin la vanne est maintenue fixement à la place qu'on lui a assignée, tant par la poussée de l'eau, que par la vis de pression que porte l'extrémité du levier de manœuvre, vis qui s'engage dans un tasseau qu'on fixe extérieurement aux madriers du barrage.

Moyens employés pour relever les Hauteurs du Niveau de l'eau dans le Réservoir.

75. Lorsqu'il s'agit de calculer d'après les formules en usage les dépenses de fluide relatives aux orifices verticaux sous des charges qui surpassent peu la hauteur même de ces orifices, et qu'on se propose de déterminer leur rapport avec les dépenses effectives telles que les donne l'expérience, l'emplacement choisi dans le réservoir pour relever ces charges ou les hauteurs du niveau de l'eau n'est point du tout une chose indifférente. On sait, en effet, que la surface supérieure du fluide se déprime plus ou moins en avant et au pourtour de l'orifice, et l'on peut juger à l'avance que cette dépression doit être d'autant plus sensible, à circonstances égales d'ailleurs, 1° que la charge absolue de fluide sur le sommet de l'orifice est plus petite; 2° que la hauteur absolue de cet orifice est elle-même plus grande; 3° enfin, que l'aire de l'orifice diffère moins de celle des sections transversales de l'eau dans le réservoir, c'est-à-dire, des sections perpendiculaires à la direction moyenne des filets fluides qui se dirigent vers l'orifice.

La hauteur du niveau de l'eau est donc une grandeur qui peut varier en chaque point de la surface supérieure du réservoir, surtout quand le fluide arrive à l'orifice par filets hori-

Digitized by Google

zontaux ou par sections verticales, comme c'est ici le cas, et il devient indispensable de bien préciser l'endroit où se prend le niveau. Les auteurs qui se sont occupés d'expériences relatives aux basses charges, paraissent, en général, avoir relevé le niveau du fluide à une distance de l'orifice telle que l'eau y soit calme et n'y possède aucune vîtesse sensible : c'est là ce qu'on peut nommer *la charge absolue ou totale de fluide*, quoiqu'à la rigueur la circonstance dont il s'agit ne se présente en aucun point de la surface supérieure du réservoir. Le plus souvent, dans la pratique, on mesure les charges immédiatement au-dessus de l'orifice, c'est-à-dire, tout contre la vanne où la dépression du niveau est le plus sensible, et il en résulte qu'on obtient, par l'application des formules théoriques, des dépenses en général plus fortes que celles qui résultent de la première méthode de mesurer les charges.

76. Afin de pouvoir comparer directement entre eux les résultats qu'on obtient par l'une et l'autre de ces manières d'opérer, nous avons constamment pris les hauteurs du fluide, 1° à l'entrée même des eaux dans le bassin (R') (*planche 1re, fig. 1 et 2*, et *planche 2, fig. 3 et 4*), en un point X, dont la plus courte distance à l'orifice est de $3^m,50$, et qui se trouve éloigné de $1^m,84$ de son axe horizontal, et de $2^m,97$ de son plan vertical ou de la face qui le contient, parce qu'en ce point, et pour le cas qui nous occupe, le fluide peut être considéré comme sensiblement stagnant, ainsi que nous le démontrerons bientôt; 2° immédiatement au-dessus de l'orifice, en choisissant de préférence l'endroit où la dépression est la plus forte, car il s'en faut qu'elle soit partout la même aux environs de cet orifice, et la distance à laquelle elle atteint sensiblement son *maximum* varie avec la hauteur d'ouverture et la charge absolue de liquide. Cette dernière circonstance tient d'ailleurs, d'une part, à l'attraction qu'exerce,

Digitized by Google

dans chaque cas, la paroi du réservoir sur la surface supérieure de ce liquide, et, de l'autre, aux remous qui, pour les très-petites charges sur le sommet des orifices, se manifestent contre cette même paroi, et sont occasionés par le choc des filets supérieurs qui arrivent alors sur l'orifice avec une certaine vîtesse acquise.

Nous discuterons tout-à-l'heure les causes qui ont pu exercer quelque influence dans les opérations relatives à la mesure des dépressions, et des hauteurs totales du niveau de l'eau dans le réservoir; commençons par décrire les appareils au moyen desquels on est parvenu à obtenir cette mesure avec un degré de précision convenable.

77. Au point situé, comme nous l'avons dit, à $3^m,50$ en avant de l'orifice, on a placé verticalement contre la paroi latérale et intérieure du bassin de retenue (R′) (*planche 2, fig. 3 et 4*) une règle à coulisse en bois X, divisée de décimètre en décimètre dans les ateliers de l'école; cette règle, de $3^m,0$ de hauteur, est la même que celle dont on se sert pour les opérations ordinaires du nivellement. Elle porte deux coulisseaux en bois représentés en A et B (*planche 2, fig. 9, 10 et 11*), dont le supérieur A peut se fixer à une hauteur quelconque de la coulisse, au moyen de la vis de pression *ab*, et dont l'inférieur B, lié au premier par une vis de rappel *cd*, porte un vernier divisé en millimètres, ainsi qu'une tige de fer *ef*, recourbée verticalement, et dont la pointe inférieure *f* donne, par son contact avec la surface supérieure du fluide, la hauteur de cette surface au-dessus du zéro de l'échelle de la coulisse.

Cette disposition est, comme on voit, tout-à-fait la même que celle de l'appareil qui sert à mesurer les hauteurs du niveau de l'eau dans le bassin de jauge; et, d'après ce que nous en avons déjà dit aux n°s 37 et 38, nous pouvons nous dispenser d'entrer dans de plus longs détails sur

Digitized by Google

son usage. Nous ferons seulement remarquer qu'ici la personne chargée de relever le niveau de l'eau, par le contact de la pointe, se plaçait sur une échelle appuyée contre la face en retour de celle qui contient l'appareil, c'est-à-dire, extérieurement au bassin destiné aux expériences; de sorte que rien ne pouvait gêner le mouvement de l'eau dans ce bassin.

78. Nous avons choisi une coulisse en bois pour servir d'échelle de graduation aux hauteurs, afin de nous mettre, autant que possible, à l'abri des variations qu'aurait éprouvées une longue tige en fer par les changemens de température. Cette coulisse ayant sa partie inférieure constamment plongée dans l'eau du réservoir, et n'étant jamais exposée à l'action directe des rayons solaires, on n'avait pas à craindre d'ailleurs les effets de l'hygrométricité. Néanmoins, comme les divisions étaient pratiquées sur le bois même de cette coulisse, il en résultait l'inconvénient de ne pouvoir obtenir les hauteurs à moins de $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de millimètre près, degré de précision bien suffisant sans doute pour les fortes charges d'eau sur la base des orifices, mais qui ne l'était pas assez pour les expériences où l'on se proposait d'opérer avec des charges de 20 à 30 millimètres au-dessus de cette base, charges qui se rapportent spécialement aux orifices de 1 et de 2 centimètres d'ouverture, ainsi qu'aux déversoirs : aussi relevait-on, dans ces circonstances, la hauteur du niveau de l'eau avec les plus grandes précautions, et attendait-on que ce niveau fût parfaitement calme et bien réglé.

Un homme placé sur l'échelle observait constamment le contact de la pointe pendant la durée de chaque expérience; et, cette pointe restant à une hauteur fixe, il était de suite averti des moindres changemens du niveau. En outre, la personne chargée de la direction des expériences avait soin, au commencement et à la fin de chacune d'elles, de

Digitized by Google

vérifier le niveau par elle-même; et, comme ici on pouvait observer très-commodément et de très-près, comme la coulisse était parfaitement éclairée, il n'y avait pas risque de se tromper de plus de 2 dixièmes de millimètre sur la hauteur. Néanmoins on se propose, pour l'avenir, de tracer les points de division de la coulisse sur de petites plaques en cuivre, encastrées solidement dans son épaisseur.

79. Afin de fixer d'une manière certaine la position du zéro de l'échelle de la coulisse par rapport au bord inférieur fixe de l'orifice, on avait d'abord employé le nivellement avec de grandes règles et le niveau à bulle d'air; mais, quoique ces règles eussent 4 pouces de hauteur, on s'est bientôt aperçu que leur flexion était un obstacle à la rigueur de l'opération, et l'on a repéré directement les deux points en question, au moyen d'un *auget* en bois rempli d'eau, dont le niveau, aux deux extrémités, était donné par la pointe de la grande coulisse d'amont et par celle d'un appareil semblable appliqué contre la paroi même de l'orifice.

Cette opération a été répétée à diverses époques, dans le cours des expériences de 1828, en vidant chaque fois l'eau du bassin; toujours on a trouvé, à des quantités près tout-à-fait insignifiantes, que la hauteur du niveau relatif au bord inférieur de l'orifice correspondait à la cote $49^c,825$ au-dessus du zéro de l'échelle de la coulisse. Par exemple, dans le premier relevé de cette cote, fait en avril 1828, elle a été trouvée de $49^c,850$; or on l'a trouvée encore de $49^c,850$ le 13 du mois d'août suivant, et de $49^c,800$ le 16 du mois de septembre. Mais, comme la différence de 1/2 millimètre entre cette dernière cote et les précédentes pouvait exercer une certaine influence pour les très-petites charges, notamment pour celles des déversoirs, on a eu soin d'en tenir compte dans la formation des tableaux d'expériences, à dater de l'époque même de septembre.

Digitized by Google

80. On remarquera que, la première année, on avait fixé l'échelle-coulisse contre les madriers à joints horizontaux du bassin (R') (*planches 1 et 2*), de sorte qu'elle pouvait participer aux mouvemens qu'ils éprouvaient par les effets de l'hygrométricité; mais, dès le printemps de 1828, on l'en isola complétement au moyen de pattes en fer saillantes, solidement adaptées à l'un des gros montans d'amont de ce bassin. Il en résulte donc, ainsi que des vérifications qui précèdent, que le bord inférieur de l'orifice n'a point sensiblement changé de position pendant toute la campagne de 1828, ainsi que nous l'avons avancé au n° 67.

Il ne nous reste plus maintenant, pour compléter ce qui précède, qu'à expliquer comment on est parvenu à relever avec exactitude la hauteur de la surface supérieure de l'eau immédiatement en amont de l'orifice, lorsque les dépressions de cette surface devenaient sensibles, c'est-à-dire, pour les petites charges de fluide.

Appareils pour relever les dépressions de la surface supérieure du fluide immédiatement en amont de l'orifice.

81. On commença par tracer, à partir du bord inférieur de l'orifice et sur les madriers du châssis qui le contient, des lignes horizontales distantes les unes des autres de 10 centimètres, afin de se former une sorte d'échelle des hauteurs analogue à celle de la coulisse mentionnée précédemment (76). Quoique ce qui précède démontre que ces madriers n'éprouvent pas de changemens de position appréciables, il serait pourtant à propos de placer par la suite une ou deux échelles sur les poteaux intermédiaires de la retenue qui supportent le châssis, de manière à rendre leur position tout-à-fait indépendante des mouvemens propres aux madriers de ce châssis.

82. Quand il s'agissait de relever exactement une suite

Digitized by Google

de cotes de la surface supérieure de l'eau ou un profil tout entier, parallèlement au plan de l'orifice et tout près de ce plan, c'est-à-dire, à une distance de 8 à 10 centimètres au plus, on se contentait de fixer perpendiculairement aux madriers de cette paroi, de part et d'autre de l'axe vertical de l'orifice, et à une certaine hauteur au-dessus du niveau de l'eau dans le réservoir, deux petits taquets ou prismes rectangulaires G, H, de 10 centimètres de longueur (*planche 3, fig. 17*), qui étaient divisés de centimètre en centimètre, et appuyés fortement contre les madriers du barrage au moyen de boulons horizontaux traversant leurs axes. On les disposait, à l'aide d'un niveau à bulle d'air, de manière que leurs surfaces supérieures se trouvassent exactement dans un même plan horizontal, et l'on avait soin que leurs arêtes fussent bien perpendiculaires au plan vertical de l'orifice : c'est sur ces mêmes faces qu'on plaçait, parallèlement au plan dont il s'agit et à une distance convenable, une forte règle prismatique garnie de tiges métalliques, avec lesquelles on relevait la hauteur de chaque point de la surface supérieure de l'eau au-dessous du plan de niveau de ces faces, pris pour plan général de comparaison. Afin de maintenir la règle dans son degré d'écartement de la paroi de l'orifice, on se servait de cales de bois calibrées et plus ou moins épaisses, contre lesquelles elle était appuyée et pouvait glisser parallèlement à cette même paroi.

83. Quand il s'agissait d'opérer à une certaine distance en amont ou sur les côtés de l'orifice, on remplaçait les deux prismes dont il a été fait mention ci-dessus, par deux équerres à trois branches (*planche 3, fig. 15 et 16*) formant chacune un angle solide tri-rectangle, dont une des faces était solidement appuyée contre la paroi de l'orifice, de manière que les deux autres fussent respectivement verticale et horizontale. Leurs côtés parallèles à l'axe d'écoulement de la veine, divisés de centimètre en centimètre dans toute leur longueur, étaient

Digitized by Google

placés exactement dans un même plan horizontal, pour porter la règle transversale servant à relever les hauteurs du niveau de l'eau. Dans quelques cas, la distance horizontale entre ces côtés a été de $0^m,80$, et leur saillie sur la paroi de l'orifice a été d'un mètre; ce qui permettait de relever les hauteurs de la surface de l'eau dans tous les sens et sur une grande étendue, au pourtour de cet orifice, et de déterminer promptement les hauteurs *maxima* et *minima* du fluide dans tout l'espace dont il s'agit.

Enfin il arrivait parfois qu'on n'avait besoin de relever que les seuls points de la surface de l'eau situés dans le plan vertical de l'axe de l'orifice; alors on ne se servait que d'une seule équerre tri-rectangle P Q R S (*planche 3, fig. 20, 21 et 22*) qui avait une feuillure horizontale pour diriger l'instrument à l'aide duquel on obtenait les cotes de ces points.

84. Le relèvement dont il s'agit s'opérait toujours au moyen d'une pointe fine, mise en contact avec la surface supérieure du fluide, et qui était adaptée à une règle guidée dans son mouvement par les supports horizontaux dont il a été parlé précédemment : l'observateur se plaçait, à cet effet, sur un échafaud volant suspendu, au moyen de cordages, au-dessous des entretoises supérieures du bassin de retenue, et qu'on levait ou baissait à volonté, selon la position du niveau de l'eau.

Lorsqu'on n'avait besoin d'obtenir la hauteur que d'un petit nombre de points de la surface du fluide, ou que ces points se trouvaient très-près de l'orifice, la pointe était formée par l'extrémité D d'une lame de tôle mince D E (*planche 3, fig. 15, 16 et 17*) terminée en bas par un triangle isocèle, et qui était encastrée de toute son épaisseur dans l'une des faces verticales de la règle A B. Cette même lame était fendue sur une certaine portion de sa longueur pour laisser passer librement le boulon C, dont la partie taraudée recevait un

Digitized by Google

écrou à oreilles F, qu'on serrait afin de maintenir la pointe D à la position où on l'avait amenée pour opérer son contact avec la surface du liquide. Il est évident que la saillie de la pointe au-dessous de la face inférieure de la règle donnait la cote cherchée avec toute la précision désirable; et, comme cette règle était divisée de centimètre en centimètre ainsi que les appuis sur lesquels elle portait, la position absolue de la pointe D, par rapport à l'axe de l'orifice, se trouvait aussi parfaitement déterminée.

85. Quand il fallait relever simultanément un grand nombre de points compris dans un même plan vertical, c'est-à-dire, quand on voulait obtenir de suite le profil de la surface de l'eau, soit perpendiculairement, soit parallèlement à la paroi de l'orifice, on se servait de l'instrument représenté planche 3 (*fig. 20, 21 et 22*), que nous avions déjà mis en usage en 1824, lors de nos expériences sur les roues hydrauliques verticales à aubes cylindriques (voyez *le Mémoire sur les roues, § 34*). Mais ici les tiges *v* étaient en cuivre jaune et espacées d'un centimètre d'axe en axe; et, au lieu de traverser simplement la règle NO, elles étaient encastrées de la moitié de leur épaisseur dans l'une de ses faces verticales, et y étaient retenues au moyen d'une petite lame de cuivre *xy* serrée à vis. Cette face et cette lame étaient d'ailleurs garnies de bandes de casimir fin, qui permettaient aux tiges un mouvement vertical de glissement fort égal et fort doux, lorsqu'on voulait amener leurs pointes en contact avec le fluide.

Enfin l'on prenait par une seule opération le profil de la surface de l'eau dans le plan même des orifices en déversoir, avec l'instrument représenté planche 3 (*fig. 18 et 19*). A cet effet, la règle LM, dans laquelle sont encastrés, de la moitié de leur diamètre, de courts cylindres en cuivre *p*, parfaitement calibrés et terminés en pointe, était fixée, au moyen des vis *r* et *s*, contre l'orifice lui-même et à une petite distance

Digitized by Google

au-dessus de l'eau. Dans cette position, les extrémités des pointes *p* étaient toutes rigoureusement dans le plan même du déversoir, parce que les portions de la règle qui débordaient les côtés verticaux de l'orifice, étaient amincies d'une quantité précisément égale à la moitié du diamètre des cylindres.

Toutefois on conçoit que cet instrument ne pouvait plus servir lorsque la distance entre la surface du liquide et le bord supérieur du pertuis fixe n'excédait pas un peu la longueur totale des cylindres *p* (environ 3 centimètres) : il fallait alors faire usage de la règle AB (*fig. 15*), qui ne donne qu'un seul point du profil à-la-fois.

Pour avoir ensuite le profil indiqué par toutes les pointes des tiges, on se servait d'une planchette à tracer divisée de centimètre en centimètre, et contre le bord de laquelle on appuyait la face inférieure de la règle qui portait les tiges; et, après avoir rapporté ou tracé, avec des précautions qu'il serait inutile de détailler ici, la position de l'extrémité de chaque pointe, on conduisait une courbe continue par tous les points ainsi obtenus. Le même procédé a été employé dans tous les cas où il s'est agi de relever des cotes de la surface de l'eau, soit au-dedans, soit au-dehors du réservoir.

Discussions relatives à la mesure des charges de fluide dans le réservoir, et des dépressions de sa surface immédiatement en amont de l'orifice.

86. Revenons maintenant aux deux manières distinctes, mentionnées au n° 75, pour mesurer les charges d'eau au-dessus du bord inférieur de l'orifice, et dont l'une consiste à prendre ces charges immédiatement contre la vanne de retenue, et l'autre à une distance de cette vanne telle que le fluide y soit sensiblement en repos. Observons que la première méthode

Digitized by Google

laisse quelque incertitude sur la véritable valeur des charges, attendu, comme nous l'avons dit (76), que la grandeur de la dépression de la surface supérieure du liquide varie d'une manière notable aux environs de l'orifice, et qu'on ne peut même être certain d'avoir obtenu sa plus forte valeur dans chaque cas, et spécialement dans ceux où la charge sur le sommet de l'orifice était très-faible. L'action capillaire et les remous qui se formaient immédiatement contre la vanne, tendaient à relever sensiblement la surface supérieure du liquide; qui, bien loin de présenter une dépression, s'élevait parfois, notamment pour les orifices de 1 et de 2 centimètres de hauteur, au-dessus du niveau général de l'eau dans le grand réservoir, et cela même quand le bord supérieur de l'orifice dépassait ce niveau supposé prolongé; circonstance qui aurait dû, ce me semble, donner lieu à la formation du déversoir.

87. Généralement, on a remarqué que la dépression ne s'étendait d'une manière bien sensible qu'à une petite distance en amont de l'orifice, et que le creux qu'elle formait se détachait assez brusquement du reste de la surface supérieure du liquide, par un talus dont le contour elliptique avait pour grand axe à peu près la largeur de l'orifice, et pour petit axe une longueur qui variait avec la charge au-dessus de ce même orifice. Ce contour et l'espèce d'entonnoir qu'il détermine, n'étaient bien apparens d'ailleurs que pour les très-petites charges de fluide et les fortes ouvertures de l'orifice; la surface qui formait le fond de cet entonnoir, et à partir de laquelle se mesurait la dépression, était à peu près horizontale jusqu'à une petite distance de la paroi où se faisait sentir l'influence des remous et de la capillarité : cette distance était moindre qu'un centimètre pour les orifices au-dessous de 3 centimètres de hauteur, et allait à 4 centimètres pour les orifices de 20 centimètres.

88. Nous avons déjà dit que les dépressions ont été rele-

Digitized by Google

vces, au commencement de l'année 1828, en faisant varier la hauteur des eaux, dans le réservoir, depuis les plus grandes jusqu'aux plus petites charges; nous devons ajouter que deux observateurs placés, l'un près de la coulisse qui donne les charges totales, l'autre près de l'orifice d'écoulement, mesuraient simultanément les hauteurs du fluide en ces deux endroits, afin d'obtenir des cotes correspondantes. En soumettant aux méthodes d'interpolation connues les résultats ainsi obtenus pour chaque hauteur d'orifice, on s'est formé des tables de dépression qui seront rapportées dans le § Ier du chapitre III, et dont on s'est servi pour calculer, dans les tableaux définitifs annexés à ce mémoire, les dépenses théoriques relatives aux charges prises immédiatement au-dessus des orifices.

Malgré toutes les imperfections et les incertitudes que présente ce dernier mode de relever les charges, pour tous les cas où le niveau supérieur du liquide surpasse peu le sommet des divers orifices, comme il se rapporte essentiellement à celui qui est généralement usité dans la pratique, nous avons pensé qu'il était très-utile d'en exposer les résultats, ne fût-ce que pour montrer toute l'influence qu'il peut exercer dans les opérations relatives au jaugeage des cours d'eau et au calcul de la dépense des orifices ou pertuis.

89. Il est évident d'ailleurs que, pour mesurer les charges près de l'orifice, on ne pouvait ici se servir des tubes communiquans mis en usage par certains auteurs; car ces tubes n'indiquent rigoureusement la hauteur du niveau des eaux dans le réservoir que là où elles n'éprouvent aucune altération quelconque de vîtesse. Mais, comme le mouvement est presque insensible à une certaine distance sur les côtés de l'orifice, on aurait pu, sans inconvéniens graves, s'en servir pour abréger l'observation des hauteurs du niveau général, si les expériences qu'on se proposait de faire subsé-

Digitized by Google

quemment sur les orifices prolongés, vers l'intérieur du réservoir, par des parois d'une certaine étendue, avaient permis d'employer commodément une semblable manière de procéder. Répétons-le encore (53), l'usage des tubes et des flotteurs n'est pas sans inconvéniens, lorsqu'il s'agit d'obtenir les hauteurs du niveau de l'eau avec une grande exactitude; par exemple, à un ou deux dixièmes de millimètre près : les erreurs provenant de la parallaxe, qui ne peuvent être détruites que par des dispositions assujettissantes; les défauts de calibrage des tubes, qui font varier plus qu'on ne pense les effets de la capillarité; enfin les effets changeans de la lumière, qui se réfléchit ou se reflète au travers de la substance diaphane du tube et du liquide; ces différens effets rendent, comme on sait, les observations du niveau très-incertaines; et, si l'on veut remplacer l'eau par le mercure, comme dans certains manomètres, les indications de l'échelle en deviennent moins sensibles, et se compliquent des changemens de densité de l'eau, &c. Quant aux flotteurs, nous les regardons comme plus imparfaits encore, lorsqu'il s'agit de variations de niveau très-étendues; car on ne peut leur donner une certaine stabilité dans le sens horizontal qu'aux dépens de leur sensibilité dans le sens vertical, et de l'exactitude de leurs indications.

Au contraire, dans les observations du niveau faites à l'aide d'une tige terminée par une pointe fine légèrement émoussée, l'instant du contact avec la surface du liquide est indiqué très-exactement par l'image qu'y forme cette pointe, et l'on peut également, lors des petites oscillations de l'eau, juger de l'amplitude de ces dernières, et estimer la hauteur moyenne du niveau en plaçant l'œil dans une position favorable, ou en se servant, pour observer, d'un miroir incliné à 45° sur l'horizon, et qui permette de placer l'œil dans le plan vertical même du niveau réfléchi. Néanmoins, comme les observations

Digitized by Google

avec la pointe sont pénibles, nous nous proposons d'essayer dans les expériences subséquentes les autres moyens dont il a été question plus haut, afin de les mettre en parallèle avec celui que nous avons d'abord adopté (1).

90. La dépression du niveau de l'eau, qui a lieu dans le réservoir (86) tout près de l'orifice, et qui se fait d'autant plus sentir que la charge sur son bord supérieur est moindre, ne peut évidemment provenir que de la déviation et de l'accélération sensible de vîtesse qu'éprouvent les molécules liquides en approchant de ce bord. A une certaine distance, en amont ou sur les côtés, elle n'est point appréciable directement dans le cas où les bords verticaux de l'orifice sont très-éloignés des faces latérales du bassin de retenue; mais elle n'en existe pas moins, ou plutôt la surface supérieure des eaux du réservoir doit prendre une légère pente vers l'orifice, afin que l'action de la gravité puisse entretenir ou accélérer même la vîtesse des tranches fluides, malgré la résistance opposée par les parois du bassin.

Il est très-certain que cette vîtesse tend sans cesse à augmenter, à compter de l'instant où l'eau parvient du grand réservoir (B') (*planches 1 et 2, fig. 1, 2 et 3*) dans le bassin (R') dont il s'agit; et comme, à ce même instant, le fluide doit passer, pour ainsi dire brusquement, d'une vîtesse presque nulle à la vîtesse de régime qu'il prend dans les sections transversales de ce même bassin, cela ne se peut opérer, ainsi que l'observe Dubuat (*Principes d'hydraulique, tome Ier, chapitre VI, n° 177*)

(1) Nous avons fait en effet confectionner avec les plus grands soins, dans l'année 1830, un tube manométrique en verre, d'un centimètre de diamètre environ; les défauts inévitables de son calibrage intérieur ont forcé de recourir à des procédés de vérification directs fort pénibles, et qui n'ont rien offert de parfaitement satisfaisant, quoiqu'on ait employé tous les moyens de précision convenables, et notamment la mire ingénieuse du baromètre de Fortin. Les incertitudes se sont toujours élevées à plusieurs dixièmes de millimètre sur la hauteur vraie du niveau dans le réservoir; ce qui, joint à beaucoup d'autres inconvéniens auxquels on ne prête point ordinairement d'attention, a fait renoncer provisoirement à se servir de tubes manométriques pour mesurer la charge de liquide dans le réservoir.

Digitized by Google

que par une autre chute ou dépression de la surface supérieure du liquide à son passage de (B′) dans (R′).

91. Les sections transversales de l'eau, en amont des orifices soumis à l'expérience dans nos recherches de 1827 et 1828, ayant conservé des dimensions très-grandes par rapport à celles de ces orifices, la résistance des parois du bassin (R′) ne saurait avoir produit une pente sensible à la surface de l'eau, et l'on s'assure par des calculs fort simples, fondés sur le résultat des observations de Dubuat, que la hauteur du remous qui se forme à l'entrée du même bassin (R′), a dû conserver également une valeur insensible par rapport aux plus faibles charges de liquide au-dessus de la base de l'orifice. Ces circonstances, qui ont été d'ailleurs constatées par des observations directes et par des relevés de profils dans certains cas, permettent de regarder le niveau donné par la pointe (76), comme se confondant rigoureusement avec celui qui répond à la surface supérieure des eaux dans le grand réservoir (B′).

92. Quant aux cas où l'orifice aurait des dimensions très-comparables à celles de la section transversale du bassin d'arrivée, les mêmes calculs démontrent que la hauteur de la chute, à l'entrée de ce dernier, pourrait, dans certaines circonstances, devenir une fraction assez forte de la charge entière de liquide. Il sera donc à propos alors de relever les hauteurs du niveau, non-seulement en différens points de l'intérieur du bassin dont il s'agit, mais encore dans l'intérieur même du grand réservoir (B′), afin d'être sûr qu'on a obtenu ce que nous nommerons la *charge totale;* charge qu'il importe de connaître, afin de partir d'une donnée fixe dans les expériences, celle qui se rapporte à une section transversale du réservoir pour les différens points de laquelle le fluide peut être considéré comme sans mouvement sensible, et sa force vive comme rigoureusement nulle (26).

Digitized by Google

93. Nous reviendrons plus tard sur ce sujet, quand nous aurons à parler des expériences où l'on a rétréci la largeur du bassin qui contient l'orifice, afin d'annuller la contraction de la veine sur un ou sur plusieurs des côtés de cet orifice. Il nous suffit, pour l'objet de ce premier mémoire, d'avoir prouvé qu'attendu la nature particulière des expériences qu'il concerne, il nous était permis de considérer les sections de ce bassin comme infinies par rapport à celles de la veine sortante, et de prendre pour charge totale celle qui est donnée par l'échelle à coulisse disposée comme il a été expliqué au n° 76. Et, quant aux autres dispositions de détail relatives à chaque opération et à chaque série distincte d'expériences, nous croyons devoir en renvoyer pareillement la description à l'endroit même où ces opérations, ces expériences, seront rapportées et discutées.

CHAPITRE III.

RÉSULTATS IMMÉDIATS DES EXPÉRIENCES OU OBSERVATIONS FAITES, EN 1827 ET 1828, SUR LES ORIFICES EN MINCE PAROI PLANE AVEC CONTRACTION COMPLÈTE.

94. Ces résultats sont de deux espèces: les uns concernent la dépense des orifices, les autres sont relatifs à la forme et aux dimensions de la veine fluide jaillissant au dehors de ces orifices. Ils se rapportent tous aux expériences entreprises dans l'année 1827, ainsi qu'à une majeure partie de celles qui l'ont été dans les mois d'août et de septembre de l'année suivante, soit pour vérifier, soit pour compléter les résultats de la première année. Quoique ces dernières expériences n'offrent, pour ainsi dire, que la répétition des autres, nous croyons cependant devoir en exposer les résultats dans des articles et des tableaux distincts, afin de suivre la marche même des opéra-

Digitized by Google

tions sur place, et d'éviter qu'on ne soit tenté de confondre ou de mettre sur la même ligne, quant au degré d'exactitude, des résultats obtenus dans des circonstances essentiellement distinctes.

Nous rapporterons dans ce chapitre, aussi brièvement qu'il nous sera possible, les divers résultats tels qu'ils se déduisent immédiatement des données de chaque expérience. Nous n'y ajouterons et n'en retrancherons rien d'essentiel, et nous réserverons, pour le chapitre suivant, toutes les observations ou recherches scientifiques que leur examen attentif et leur comparaison avec les résultats déjà connus nous ont suggérées, sans prétendre d'ailleurs en tirer, pour le moment, d'autres conséquences que celles qui découlent naturellement et sans discussion de la nature de chaque question.

La recherche mathématique des lois des phénomènes, celle des formules qui les représentent, seraient ici prématurées et purement empiriques; elles pourraient imprimer une fausse direction à nos idées et à la marche des expériences qu'il nous reste à tenter. Toutefois nous ne prétendons pas nous interdire toute investigation relative à ces lois, toute discussion sur les causes de certains effets : les unes et les autres sont indispensables pour mettre sur la voie de nouvelles expériences propres à éclairer ou à compléter le résultat des premières.

§ I.

EXPOSÉ DES RÉSULTATS RELATIFS AU RELEVÉ ET AU CALCUL DES DÉPENSES.

95. L'ensemble de ces résultats comprend spécialement, 1° les dépenses ou produits d'eau relatifs aux orifices rectangulaires verticaux de 20 centimètres de base, fermés vers le haut par une vanne mince, et ayant depuis 5 millimètres

Digitized by Google

jusqu'à 20 centimètres de hauteur; 2° les dépenses des mêmes orifices découverts par le haut ou en *déversoir*, pour des charges de fluide comprises depuis environ 2 centimètres jusqu'à 22 centimètres de hauteur totale.

L'exposé de ces différens résultats sera l'objet d'autant d'articles ou de subdivisions principales qu'il y aura de cas distincts à considérer.

Dépenses des Orifices fermés par la partie supérieure.

Expériences de 1827, tableaux I et II.

96. Nous avons rejeté ces tableaux, ainsi que tous ceux qui concernent la dépense des orifices, à la fin du texte de ce mémoire; et, afin d'en faciliter l'intelligence, nous les avons fait précéder d'observations générales et d'annotations propres à fixer le sens des abréviations ou indications de formules portées en tête des différentes colonnes. C'est pourquoi nous n'insisterons point ici sur leur formation qui est la même pour tous, à quelques différences près que nous aurons soin de signaler quand l'occasion s'en présentera naturellement.

Le tableau n° I concerne uniquement les dépenses, sous différentes charges, de l'orifice carré de 20 centimètres de côté, par lequel nous avons jugé à propos de commencer les observations de la fin de 1827, comme étant celui de tous qui présente le moins de chances d'erreurs, attendu la grandeur de ses dimensions. En général, l'orifice dont il s'agit a été pris pour type et pour point de départ des diverses expériences, et il a fourni les moyens d'en comparer et vérifier réciproquement les résultats. Aussi s'est-on particulièrement attaché, la première année, à étudier avec soin pour cet orifice la loi des dépenses depuis les plus faibles jusqu'aux plus fortes charges; on peut même voir, par l'inspection de la colonne huitième

Digitized by Google

qui donne les rapports des dépenses effectives, telles qu'on les estimait d'après le jaugeage de 1827, aux dépenses théoriques calculées par la formule de *Toricelli*, que les chiffres de ces rapports ne présentent pas d'anomalies notables, quoique les aides qui secondaient l'observateur n'eussent pas encore acquis toute l'habileté désirable, et que les opérations eussent été faites à des époques très-différentes.

97. On remarquera, relativement aux trois dernières colonnes 10, 11 et 12 du tableau n° I, qui contiennent les résultats corrigés d'après le jaugeage de la seconde année (46), que ceux des chiffres de ces colonnes qui concernent les expériences du 3 décembre 1827, diffèrent extrêmement peu de leurs correspondans dans les colonnes 7, 8 et 9. Or il résulte effectivement des indications du registre-journal, que la correction relative au jaugeage des produits d'eau fournis par l'orifice ne devait pas être aussi forte ce jour-là que les autres jours : en effet, le niveau naturel des eaux de la basse Moselle ou de la décharge générale s'étant alors trouvé supérieur à celui du fond du grand bassin de jauge, on a été contraint d'opérer le mesurage des dépenses à compter de ce premier niveau, c'est-à-dire, en prenant dans la table de jaugeage la différence des volumes qui répondaient au niveau naturel ou primitif des eaux dans le bassin, et à celui qu'on relevait immédiatement après avoir recueilli chaque dépense. Or il est visible que la différence, à peu près constante (46), entre les indications des tables de jaugeage des années 1827 et 1828, devait disparaître en partie par l'effet de cette soustraction; de sorte que la correction relative au mesurage des dépenses observées dans la première de ces années s'est trouvée réduite à des quantités presque insignifiantes.

98. L'inspection seule de la colonne 8 suffit pour montrer que les nombres relatifs aux expériences du 3 décembre sont généralement trop forts par rapport à ceux qui les précèdent

Digitized by Google

ou les suivent immédiatement, et que par conséquent il a dû exister par le fait une différence essentielle dans la manière d'évaluer les dépenses. La façon dont les mêmes nombres s'intercalent dans la 11e colonne parmi leurs voisins, à l'égard desquels ils sont tantôt trop petits, tantôt trop grands, prouve bien d'ailleurs la nécessité des corrections apportées à tous les autres chiffres de ces colonnes.

Quant aux résultats relatifs aux 33e et 43e expériences, qui, d'après le registre-journal, sont portées douteuses à la colonne d'observations du tableau, ils présentent seuls dans la 11e colonne un véritable désaccord parmi les autres, attendu qu'ils sont beaucoup plus grands. Mais on remarquera, relativement au premier, qu'il se trouve immédiatement suivi d'un nombre beaucoup trop faible, obtenu le même jour dans des circonstances et pour une charge d'eau en quelque sorte identiques; or, si l'on prend la moyenne de ces nombres, elle s'accorde très-bien avec les chiffres suivans et les précédens. La même remarque est applicable au nombre donné par la 43e expérience, et ce nombre se trouve d'ailleurs aussi trop fort dans la 8e colonne relative au jaugeage de la première année: il provient certainement, ainsi que celui de l'expérience 10e du 22 novembre, d'une erreur commise dans l'inscription de quelques-unes des données de l'observation, et l'on pourrait, sans inconvénient, les faire disparaître de la table, qui, de cette manière, ne présenterait plus rien de trop irrégulier.

Ce rapprochement entre des résultats obtenus à des époques éloignées de près de dix jours entre elles doit inspirer une confiance d'autant plus grande, que les expériences du 3 décembre 1827, qui s'intercalent parfaitement parmi les autres, ont été faites dans des circonstances très-distinctes et par un observateur différent: elles sont dues en effet en partie à M. le garde du génie Schuster.

Digitized by Google

99. Les expériences sur les orifices de 15 de 10, de 5, de 2, de 1 et de 1/2 centimètre d'ouverture, dont les résultats sont consignés dans le tableau n° II, sont celles qui présentent le plus d'incertitude, comme nous l'avons déjà observé n°s 65 et suivans. Non-seulement on a dû corriger l'estimation des dépenses selon ce qui vient d'être indiqué pour le premier tableau, mais il a fallu apporter à la hauteur des orifices la correction dont il a été parlé au n° 66, et qui laissait quelque incertitude dans les fractions de millimètre. En ne tenant pas compte de cette correction, ainsi qu'on l'a fait dans les calculs du registre-journal, on trouve des coefficiens de la dépense beaucoup trop forts; ils le deviennent bien plus encore quand on a égard au jaugeage de la seconde année, et ils surpassent alors tous ceux obtenus jusqu'ici par les auteurs. En en tenant compte au contraire, sans corriger les dépenses effectives d'après le jaugeage de la seconde année, on obtient des coefficiens beaucoup trop faibles, puisqu'ils descendent à 0,55 pour l'orifice coté 5 millimètres d'ouverture dans le registre-journal, mais qui, dans la réalité, ne devait avoir guère moins de 7 millimètres de hauteur. Enfin, en corrigeant à-la-fois les dépenses et la hauteur des orifices, on obtient des coefficiens qui s'accordent suffisamment bien avec ceux qui leur correspondent dans les tableaux relatifs aux expériences de la seconde année, dont il sera bientôt rendu compte. Or cet accord justifierait, *à posteriori*, les corrections simultanées dont il s'agit, si elles ne l'étaient par le fait même et d'une manière irrécusable.

Attendu d'ailleurs l'incertitude qui existe dans les fractions de millimètre sur la correction à apporter aux hauteurs des petits orifices, nous avons cru pouvoir la supposer de 1,5 mill. au lieu de 2 millimètres, comme on l'avait indiquée d'après l'estimation grossière mentionnée au n° 66; cette diminution est, pour ainsi dire, uniquement motivée sur ce que les

Digitized by Google

résultats qu'elle donne s'accordent beaucoup mieux avec ceux de l'année suivante que si l'on adoptait la correction entière de 2 millimètres.

100. On remarquera que cette correction de 1 millim. 1/2 n'affecte que les résultats portés dans les colonnes 12 et 13 du tableau n° II, et nullement ceux des autres colonnes, qui sont restés tels qu'on les a primitivement calculés; il faut donc ne pas oublier cette circonstance, quand on voudra comparer entre eux les chiffres de ces diverses colonnes, et se souvenir surtout que les indications de la 3e colonne, relative aux hauteurs des orifices, sont toutes trop faibles de ce même millimètre et demi.

Du reste, nous n'attachons point une grande importance à ceux des résultats du tableau n° II qui se rapportent aux très-petits orifices de 10 et de 5 millimètres; car ils étaient influencés par trop de causes d'erreurs pour qu'on puisse les regarder comme exacts. En effet, sans même tenir compte de toutes les circonstances défavorables dans lesquelles les expériences qu'ils concernent ont été entreprises, il est clair qu'en se bornant, comme on a été forcé de le faire pour ces orifices, à ne recueillir dans le grand bassin de jauge que des volumes d'eau de 1500 à 2000 litres, on n'a pu obtenir rien de satisfaisant quant aux produits de l'écoulement (41 et suiv.): aussi ne les avons-nous consignés ici que pour ne rien omettre de ce qui peut donner une idée de la nature et de l'étendue de nos opérations.

101. En terminant ce qui concerne le tableau n° II, nous devons encore faire remarquer que les dépenses effectives qui y sont consignées se trouvent toutes estimées un peu trop haut, ainsi que leurs rapports aux dépenses calculées par les formules, attendu que, dans les expériences relatives aux petits orifices, le bassin de jauge n'a point été vidé, c'est-à-dire, balayé et épongé, quand il s'agissait de

Digitized by Google

mesurer chaque dépense avec autant de soin qu'on en avait pris en faisant l'étalonnage de ce bassin; il y restait donc une certaine quantité d'eau qui s'ajoutait, dans chaque cas, à la dépense totale effective, et qui devait avoir d'autant plus d'influence sur les résultats, que cette dépense totale était moins considérable. La même remarque est aussi applicable à ceux des résultats du tableau n° I qui concernent les très-petites charges de fluide : ces résultats sont nécessairement un peu trop forts, et c'est ce que prouvent très-bien ceux qui leur correspondent dans les tableaux de la seconde année.

Enfin, quelle que soit l'incertitude attachée aux expériences qui concernent les orifices au-dessous de 20 centimètres d'ouverture, on doit regretter que ces expériences, toutes relatives à des charges très-fortes, n'aient pu être continuées pour des hauteurs de fluide successivement plus petites et qui eussent permis d'en comparer plus immédiatement les résultats à ceux de la seconde année. Mais, nous l'avons déjà remarqué, la saison était fort avancée, les opérations devenaient très-pénibles pour l'observateur et pour ses aides, et la glace même recouvrait parfois la surface du réservoir.

Expériences de 1828, tableaux depuis le n° IV jusqu'au n° X.

102. Ces tableaux concernent spécialement les orifices de 20, de 10, de 5, de 3, de 2 et de 1 centimètre d'ouverture; le tableau n° XI, qui sert de supplément au n° VI, est particulièrement relatif aux expériences dont il a été question aux n°s 57 et suiv., et qui ont eu pour objet de comparer entre eux les divers modes d'admettre dans le bassin de jauge les produits des orifices, pour obtenir la mesure de ce que, dans tous nos tableaux, nous avons nommé la *dépense effective*.

D'après les explications déjà présentées dans le dernier paragraphe du chapitre II, concernant les données qui servent

Digitized by Google

de base à ces tableaux, et d'après les conventions générales qui les précèdent, il ne nous reste que quelques mots à ajouter pour compléter l'intelligence parfaite de leur formation, et de l'objet de quelques-unes de leurs colonnes.

D'abord, on remarquera que le tableau n° IV se trouve partagé en deux parties distinctes, dont celle de gauche est relative au cas (75 et suiv.) où la charge, dans le réservoir, est prise à une distance de l'orifice telle, qu'on puisse y considérer le fluide comme sensiblement de niveau ou stagnant, et dont celle de droite appartient au cas où cette même charge est prise immédiatement au-dessus de l'orifice. Nous devons rappeler ici, 1° que ces dernières charges (88) n'ont pas été relevées directement et pour chacune des expériences consignées dans le tableau, mais déduites, *à posteriori*, de la table des dépressions qu'on s'est formée pour l'orifice de 20 centimètres, et qui sera rapportée un peu plus loin; 2° que l'indication de ces mêmes charges ne doit pas être considérée (86) comme une chose absolument rigoureuse, mais comme une valeur très-approchée de celle qui répond au *maximum* de la dépression qui se forme immédiatement en amont de l'orifice.

103. Malgré l'incertitude nécessairement attachée à la mesure de cette dépression, l'on remarquera que les chiffres des colonnes 17, 18 et 19, qui représentent les rapports des dépenses effectives aux dépenses théoriques calculées d'après les charges prises immédiatement au-dessus de l'orifice, suivent respectivement entre eux une marche tout aussi régulière que ceux des colonnes 10, 11 et 12, qui se rapportent aux charges mesurées à $3^m,50$ en avant de l'orifice. Ce rapprochement prouve que, si l'on n'a pas obtenu la mesure rigoureuse de la dépression, l'on s'en est du moins très-peu écarté; mais il ne faudrait pas en conclure que la dépense effective peut être également bien évaluée en employant l'un ou l'autre des deux modes de relever les charges. En effet, puisqu'on ne

Digitized by Google

peut répondre d'avoir atteint une exactitude parfaite avec les moyens de précision mis en usage et malgré toutes les précautions qu'on a prises, il est évident qu'on est exposé, dans la pratique, à commettre, sur l'estimation de la charge, des erreurs d'autant plus grandes par elles-mêmes, et qui ont d'autant plus d'influence sur le calcul de la dépense effective, que la charge est plus petite.

104. La subdivision principale dont nous venons de parler relativement au tableau n° IV, peut s'observer également dans tous ceux qui le suivent; mais il est essentiel de prévenir le lecteur que les charges de la colonne 13 du VIIe tableau, relatif à l'orifice de 3 centimètres n'ont pas été déduites de la mesure directe des dépressions comme pour les autres tableaux, attendu qu'à l'époque où l'on s'occupait de ces dépressions, on ne songeait point encore à faire des expériences sur cet orifice, qui, par la suite, a paru mériter une attention toute particulière. Pour apprécier, au moins d'une manière approchée, les charges dont il s'agit ou les dépressions qui leur correspondent, on a pris pour chaque charge totale la moyenne des dépressions données par les tables relatives aux orifices de 5 et de 2 centimètres : cette méthode, il est vrai, n'est pas très-rigoureuse; mais on conçoit qu'ici elle pouvait suffire quant à l'objet qu'on avait en vue.

105. Outre les subdivisions principales relatives à la double manière de relever les charges dans le réservoir, les tableaux compris depuis le n° V jusqu'au n° IX inclusivement contiennent une troisième subdivision placée à la suite des précédentes, vers la *colonne d'observations*. Cette subdivision concerne les corrections dont il a été question n°s 68 et suivans, et qui ont été appliquées aux résultats des colonnes 11 et 12, 18 et 19, après que toutes les expériences ont été terminées; ces corrections, comme on a pu le voir au n° 71, portent véritablement sur la hauteur de l'orifice

Digitized by Google

et par suite sur la vîtesse et la dépense théoriques. Mais comme, pour les vîtesses, elles ne s'élèvent par le fait qu'à des fractions extrêmement petites, on a pu se dispenser de recommencer les calculs primitifs, même pour les plus petits orifices et les plus petites charges, et se contenter de multiplier les coefficiens de la dépense d'abord obtenus, par les rapports de la hauteur vraie de l'orifice à la hauteur qu'on lui avait supposée en faisant les expériences.

106. En comparant entre elles les colonnes 11 et 20 des tableaux qui nous occupent, on aperçoit que la correction relative à l'influence des changemens de température sur la hauteur des orifices est véritablement insignifiante, même pour les orifices de 3, de 2 et de 1 centimètre : aussi remarque-t-on que la plus grande différence entre les rapports ou coefficiens de la dépense donnés par les colonnes 11 et 20 ne s'élève généralement pas au-delà d'une unité du troisième ordre ou à $\frac{1}{600}$ pour les tableaux VII et VIII, et à 2 unités du même ordre ou à $\frac{2}{300}$ pour le tableau n° IX. Les expériences 15, 16 et 17 de ce dernier tableau sont les seules qui ont donné, sur la valeur moyenne des coefficiens qui leur correspondent, une différence qui s'élève à 0,0037 ou aux $\frac{37}{6955} = \frac{1}{188}$ environ du résultat primitif porté à la 11e colonne; et cette différence, comme nous l'avons vu (49 et 60) et comme nous le prouverons encore mieux tout-à-l'heure, correspond à peu près à la limite de l'exactitude qu'il a été possible d'atteindre dans le résultat des expériences. Il semblerait donc qu'on aurait pu se dispenser complétement de tenir compte, pour les circonstances qui se rapportent aux données des différens tableaux, des erreurs provenant des variations thermométriques de la tige de la vanne; mais on doit bien remarquer que, quoique les corrections relatives aux hauteurs des orifices soient en elles-mêmes fort peu de chose, comme elles affectent positivement certains résultats et négativement les autres, elles auraient pu empêcher la véri-

Digitized by Google

table loi des coefficiens de la dépense de se manifester avec une régularité aussi parfaite.

Ainsi, par exemple, si l'on considère les valeurs de ceux de ces coefficiens qui se trouvent portés à la 11e colonne du tableau n° IX, et qui n'ont point subi la correction dont il s'agit, on remarquera que celui qui se trouve en tête de cette colonne est immédiatement suivi d'un autre plus faible, qui lui-même est suivi de coefficiens tous beaucoup plus forts; or l'anomalie n'a pas lieu dans la 20e colonne, attendu que la correction a changé de signe pour les expériences 2 et 3, faites à quinze jours de distance de l'expérience première, et sous une température plus élevée. La même observation est applicable aux expériences 1, 2 et 3 du tableau n° VIII concernant l'orifice de 2 centimètres d'ouverture; mais elle ne se reproduit pas pour les tableaux précédens, et la correction y est même tout-à-fait insignifiante. Cependant nous avons jugé à propos de la faire dans tous les tableaux où elle pouvait exercer une influence quelconque, tant pour l'uniformité des résultats, que parce qu'une telle rigueur ne saurait nuire en aucune manière.

107. Nous avons fait voir, nos 49 et suivans, que l'erreur qu'on risquait de commettre, lors des expériences de 1828, dans l'opération même du jaugeage des produits d'eau fournis par les orifices de diverses grandeurs, n'a jamais dû s'élever au-delà de $\frac{1}{350}$ de la totalité de la dépense; il résulte aussi des discussions du n° 60, que le mode dont on s'est constamment servi et la précaution toute particulière qu'on a prise pour admettre les produits en question dans le vase destiné à les mesurer, ne permettent pas de supposer que ces produits aient, en aucun cas, excédé de $\frac{1}{200}$ les volumes d'eau qu'on eût effectivement recueillis, s'il avait été possible de supprimer ou de rétablir instantanément l'arrivée du liquide dans la jauge. Enfin, selon ce que nous avons

Digitized by Google

rapporté au n° 78, il n'y a pas lieu non plus de croire qu'on ait pu se tromper de quantités bien appréciables sur la valeur de la charge complète de liquide relative à chaque expérience. Nous pouvons donc conclure que tous les résultats qui se trouvent portés dans les différens tableaux de l'année 1828, doivent s'approcher beaucoup de la limite d'exactitude qu'il est possible d'atteindre dans des expériences faites sur une aussi grande échelle et dans des circonstances où l'on est forcé d'opérer à l'air libre.

Pour se former une idée à peu près exacte du degré de précision avec lequel on a opéré, dans chaque cas, lors des expériences de 1828, il suffira de jeter un coup-d'œil sur les chiffres des colonnes 10 des tableaux de cette année, dans lesquelles on a comparé la dépense effective à la dépense fournie par la formule de Toricelli, non-seulement pour chaque orifice et pour chaque charge distincte de fluide, mais encore pour les diverses expériences répétées avec un même orifice et une même charge. En consultant spécialement les nombres qui se trouvent compris sous les mêmes parenthèses et qui appartiennent à la même expérience et aux mêmes données, on remarquera constamment que ces nombres ne diffèrent jamais entre eux de plus de 6 unités de la troisième décimale, c'est-à-dire, de $\frac{1}{100}$ de la totalité; et, comme chaque expérience a été répétée au moins deux fois, il en résulte qu'ils diffèrent beaucoup moins encore de leur valeur moyenne calculée dans la colonne suivante comprise sous le n° 11. Le plus généralement même cette différence ne s'élève pas à $\frac{1}{150}$ de la moyenne dont il s'agit, et l'on peut admettre, avec un très-grand degré de probabilité, que cette moyenne est exacte à moins de 3 unités de la troisième décimale; ce qui doit inspirer la plus grande confiance dans les résultats des différens tableaux, relatifs aux dépenses qui se rapportent à l'année 1828.

Digitized by Google

108. Au surplus, les différences qui s'observent dans les nombres d'une même expérience, ne doivent pas tenir uniquement aux incertitudes du jaugeage de la dépense, mais aussi à celles qui proviennent des accidens particuliers au phénomène de l'écoulement, ou de la variation de la charge effective de fluide dans le réservoir. En effet, il est quelquefois arrivé qu'une légère brise de vent venait à souffler, pendant la durée d'une expérience, sur la surface des eaux du réservoir, et alors on a constamment observé que la dépense était un peu augmentée quand le vent poussait le fluide contre l'orifice de manière à en élever le niveau supérieur, et qu'elle était un peu diminuée dans le cas contraire. Parfois aussi il est arrivé que le niveau avait un peu baissé ou haussé pendant la durée entière d'une même série d'expériences répétées, et alors on se bornait à prendre une moyenne entre les charges extrêmes : or il est clair que la dépense devait continuellement diminuer ou augmenter d'une expérience à l'autre, et c'est ce qu'on peut effectivement observer pour plusieurs des séries distinctes d'expériences dont les dépenses sont consignées dans les colonnes 9 de nos tableaux.

109. Nous avons annoncé (n° 51) que le jaugeage des dépenses, au moyen du grand bassin ou du cuvier particulier mentionné au n° 49, donnait des résultats exactement comparables : c'est ce qu'on peut voir en effet par le tableau n° VI, dont la colonne d'observations indique les expériences qui se rapportent à chacun de ces modes de mesurer les dépenses, et pour lesquelles on a opéré avec un soin tout particulier. En comparant, par exemple, la moyenne des nombres de la colonne 10 de ce tableau qui appartiennent aux expériences 7, 8 et 9 faites à l'aide du grand bassin de jauge, à la moyenne de ceux qui appartiennent aux expériences 10, 11 et 12 faites à l'aide du cuvier, on trouve, en ayant égard d'ailleurs

Digitized by Google

à la légère différence de température relative à ces deux séries d'expériences, que les valeurs moyennes dont il s'agit sont les mêmes à $\frac{1}{785}$ près. Les expériences 13 et 14 comparées aux expériences 15, 16, 17 et 18 conduisent à une conséquence analogue; leurs résultats moyens s'accordent entre eux à $\frac{1}{515}$ près.

En insistant, comme nous venons de le faire, sur le degré de précision que comportent nos différens tableaux, notre objet a été de justifier par des faits toutes les précautions, en apparence minutieuses, qui ont été prises dans les opérations diverses relatives au jaugeage des dépenses, ainsi que toutes les discussions et tous les détails dans lesquels nous sommes entrés à ce sujet dans le chapitre II de ce mémoire. Il nous paraît évident, en effet, que les résultats obtenus en 1828 ne sont pas au-dessous du degré d'exactitude que nous avons cherché à atteindre en entreprenant ces recherches, et que, sous ce rapport comme sous plusieurs autres, nos soins et nos prévisions n'ont point été sans objet. Toutefois, à l'avenir nous serons beaucoup plus laconiques sur l'article de la prévision; et, sans cesser d'être aussi rigoureux dans nos procédés, nous marcherons plus droit vers le but des expériences.

Dépenses des Orifices découverts ou en déversoir.

Expériences de 1827, tableau n° III.

110. La composition de ce tableau est analogue à celle du tableau n° I, si ce n'est qu'ici les données et les formules qui ont servi à calculer les colonnes des rapports ou coefficiens de la dépense, ont changé de signification d'après les *conventions générales* qui précèdent ces tableaux. Nous ne croyons pas qu'il soit nécessaire de revenir sur ces conventions, et nous nous bornerons, comme dans ce qui précède, à rapporter quelques

Digitized by Google

observations particulières propres à compléter la parfaite intelligence des résultats.

Ces résultats sont divisés en deux classes, ainsi que dans les tableaux n^os I et II, selon qu'ils ont pour base le jaugeage du grand bassin qui sert à recueillir les dépenses des orifices, fait en 1827 ou en 1828. Or il est bon de remarquer que si, en vertu de ce dernier jaugeage, tous les coefficiens relatifs aux huit premières expériences du tableau se trouvent augmentés d'une manière beaucoup plus sensible, par rapport à ceux qui se déduisent du jaugeage de 1827, que ne le sont tous les coefficiens qui viennent après, cela tient uniquement encore (97) à ce que les eaux de la basse Moselle affluaient dans le bassin de jauge à l'époque où l'on a fait ces huit expériences, et qu'on ne pouvait le vider que jusqu'à la hauteur de leur niveau naturel, de sorte que les deux tables de jaugeage donnaient alors des résultats presque identiques. On voit aussi que les coefficiens de la dépense relatifs au jaugeage de 1828 et qui se trouvent consignés dans les colonnes 16, 17 et 18, présentent entre eux beaucoup moins d'anomalies que ceux qui leur correspondent respectivement dans les colonnes 11, 12 et 13, concernant le premier jaugeage. Du reste, on ne doit pas attacher aux résultats du tableau n° III plus d'importance qu'ils n'en méritent, vu les circonstances défavorables dans lesquelles les expériences ont été entreprises; et voilà aussi pourquoi nous n'insisterons pas sur les anomalies que présentent les expériences 13 et 14 de ce même tableau.

111. L'orifice étant ici découvert par la partie supérieure, et rien ne pouvant gêner les mouvemens du fluide à sa surface, l'épaisseur de la tranche liquide comprise dans le plan de cet orifice n'est point une quantité qu'on puisse régler à l'avance, ni qui soit entachée du même genre d'incertitude qui existe sur la hauteur vraie des orifices fermés et remplis à la partie supérieure. Mais il s'est présenté d'autres difficultés relatives

Digitized by Google

à la détermination des épaisseurs moyennes $h - h'$ ou o des tranches d'eau qui passent dans le plan du déversoir, épaisseurs qui entrent dans les formules D et D' (voyez les *conventions générales* en tête des tableaux des dépenses), et dont le relevé a dû être fait directement, au moyen des opérations géométriques qui seront décrites plus loin.

Lorsqu'on procéda, à la fin de novembre et en décembre 1827, aux expériences sur la dépense des orifices en déversoir, on se proposait de relever ces hauteurs moyennes simultanément avec les dépenses de fluide relatives à chacune d'elles, ou plutôt on comptait pouvoir maintenir le niveau général dans le réservoir assez long-temps à la même hauteur pour faire chacune de ces doubles opérations dans une seule séance; mais les jours étaient alors si courts, la saison si variable, et le relevé des profils dans le plan de l'orifice si pénible et si long, que cela devint tout-à-fait impossible, sauf pour les expériences du 29 décembre relatives à la charge totale de $0^m,029$; on fut favorisé par le temps pendant toute cette journée, et les aides avaient acquis déjà plus d'habitude dans ce genre d'opérations. On ne parvenait, en effet, à obtenir un niveau en quelque sorte rigoureusement constant, et tel qu'il était nécessaire pour le relevé géométrique des profils, qu'en laissant, pendant la nuit qui précédait chaque expérience distincte, l'équilibre s'établir de lui-même entre les quantités de fluide qui arrivent dans le réservoir et celles qui en sortent par l'orifice d'écoulement : or, en procédant ainsi, on n'était plus le maître d'obtenir une charge d'eau déterminée avec le degré de précision nécessaire, et l'on était contraint d'opérer sur celle qui se présentait naturellement à chaque reprise du travail.

112. Il résulte de là que les charges moyennes de liquide mesurées dans le plan de l'orifice et qui se trouvent consignées dans la 4e colonne du tableau n° III, n'ont point été observées

Digitized by Google

directement, sauf la dernière : elles ont été toutes déduites, *à posteriori* et par interpolation, des charges totales qui leur correspondent dans la 3ᵉ colonne, au moyen du résultat des opérations géométriques relatives aux charges de $0^m,1803$, $0,^m1314$, $0^m,0722$ et $0^m,0290$ (voyez, à ce sujet, les nᵒˢ 125 et 136). On remarquera, au surplus, que les charges totales dont il s'agit diffèrent en général fort peu de celles qui sont portées dans la 3ᵉ colonne du tableau qui nous occupe, et que les rapports inverses $\frac{h-h'}{h}$ ou $\frac{o}{h}$ de ces charges (5ᵉ colonne) aux charges moyennes correspondantes de liquide dans le plan de l'orifice varient, pour ainsi dire, d'une manière insensible d'une expérience à l'autre; on ne pouvait donc en aucun cas, et quel que fût le mode d'interpolation mis en usage, se tromper notablement sur la véritable valeur des charges moyennes de la 4ᵉ colonne, valeur qui n'intéresse d'ailleurs que le calcul des coefficiens de la dépense ou rapports portés aux colonnes 13 et 18, qui mettent à même d'étudier, d'après l'expérience, la marche de la formule $D' = \frac{2}{3} l(h\sqrt{2gh} - h'\sqrt{2gh'})$, relative à l'hypothèse où l'on admet que les diverses tranches horizontales de fluide comprises dans le plan de l'orifice sont animées des vîtesses dues à leurs hauteurs respectives au-dessous du niveau général dans le réservoir.

113. Une observation importante et qui se trouve relatée sommairement à la dernière colonne de droite du tableau, c'est que, dans l'expérience première, le fluide recouvrait encore légèrement le bord supérieur fixe du pertuis placé à 20 centimètres au-dessus de la base de l'orifice (25); mais, comme il n'y était retenu absolument qu'en vertu de sa seule adhérence avec les parois, comme, pour des charges totales immédiatement au-dessous de $0^m,2205$ (3ᵉ colonne), le déversoir se trouvait complétement formé, on a jugé à propos de comprendre l'expérience dont il s'agit au nombre de celles

Digitized by Google

qui composent le IIIe tableau, et l'on voit que les rapports ou coefficiens de la dépense qu'elle a fournis se classent très-bien parmi ceux qui sont relatifs aux véritables déversoirs. Néanmoins ces rapports sont un peu faibles comparativement à ceux de la 2e expérience, dont la charge complète ou totale $0^m,2075$ diffère très-peu de celle qui se rapporte à la 1re expérience. Or cela pourrait fort bien tenir à ce que la charge relative à cette expérience est réellement un peu plus forte que celle qui répond exactement à l'instant où le fluide se détache du sommet fixe de l'orifice, et où la charge moyenne *o* dans le plan de l'orifice (4e colonne) devient rigoureusement égale à la hauteur complète $0^m,200$ du pertuis fixe, instant qui, d'après les expériences réitérées faites le 24 novembre et le 8 décembre 1827, doit correspondre, à très-peu de chose près, à la charge totale $0^m,217$ sur la base de l'orifice.

Il est en outre bien digne de remarque que le résultat de la même expérience s'intercale non moins bien parmi ceux qui appartiennent à l'orifice carré de 20 centimètres de côté, et c'est ce qui l'a fait classer sous le n° 51 à la suite de tous ceux du Ier tableau des dépenses. L'infériorité du coefficient 0,604 qui lui correspond dans ce tableau, comparativement à ceux des expériences 49 et 50, et la même infériorité ci-dessus remarquée pour les coefficiens du IIIe tableau qui se rapportent à la 1re expérience, feraient d'ailleurs présumer qu'il y aurait eu quelque légère erreur commise, soit dans le relevé de la dépense effective, soit dans celle de la charge complète de fluide; ce qui est d'autant moins invraisemblable, que l'expérience n'a pu être répétée.

114. Quoi qu'il en soit de ces légères différences, il nous paraît clair que la charge de $0^m,220$, ou, plus exactement encore, de $0^m,217$, sur la base fixe de l'orifice, doit être considérée, à très-peu de chose près, comme le point de transition

Digitized by Google

naturel entre les orifices complétement fermés et les orifices découverts par la partie supérieure ; de sorte que le tableau n° I comprend véritablement les plus petites charges sous lesquelles on puisse opérer avec notre appareil, sans tomber précisément dans le cas des déversoirs où la surface supérieure du liquide abandonne tout-à-fait le sommet de l'orifice.

Pour découvrir, d'ailleurs, le cas-limite dont il s'agit, on a fait baisser très-lentement le niveau dans le réservoir, à partir d'un instant où le sommet de l'orifice se trouvait encore entièrement couvert d'eau ; on a ouvert, à cet effet, la vanne du canal de décharge (22) un peu plus qu'il n'était nécessaire pour que la quantité totale des eaux écoulées par cette vanne et par l'orifice fût exactement égale à celle des eaux qui affluaient dans le réservoir : il devenait ainsi facile de saisir l'instant précis où le fluide se détachait complétement du sommet de l'orifice. L'opération, répétée à diverses reprises, a toujours donné la charge totale de $0^m,2205$ sur la base de l'orifice, pour la limite passé laquelle l'eau cesse d'adhérer à la paroi supérieure d'une manière assez stable pour qu'on puisse relever avec quelque exactitude la dépense de liquide ; et, comme nous l'avons déjà dit, la charge de $0^m,217$ paraît être celle qui répond à l'instant même où l'adhérence de cette paroi se trouve vaincue et où le déversoir tend à se former. Enfin l'on ne doit pas oublier que les charges totales dont il s'agit sont mesurées, dans l'intérieur du réservoir (77), à une distance telle, que le niveau de l'eau s'y trouve à sa plus grande hauteur et forme une surface parfaitement horizontale, qui se prolonge jusqu'à une certaine distance vers l'orifice où elle finit par s'abaisser brusquement (voyez les n°s 75 et 87) ; sans cette observation, en effet, on ne s'expliquerait pas comment le déversoir se forme pour des charges supérieures de près de 2 centimètres à celles qui répondent au sommet de l'orifice.

Digitized by Google

Expériences de 1828, tableau n° X.

115. La composition de ce tableau diffère très-peu de celle du tableau n° III, qui vient de nous occuper; seulement, il n'y est plus question du jaugeage de l'année 1827, et l'on y a changé les dispositions et l'ordre des colonnes, en distinguant les unes des autres les données immédiates de l'expérience et les résultats fournis, soit par les formules d et d' généralement usitées pour calculer la dépense des déversoirs (voyez les *conventions générales* en tête des tableaux), soit par les formules D et D' qui se rapportent à l'hypothèse où l'on considère la tranche fluide, dans le plan du déversoir, comme l'aire d'un véritable orifice fermé par le haut.

L'objet que nous nous sommes d'ailleurs proposé en comprenant dans les tableaux III et X les résultats concernant ces dernières formules, a été de lier, s'il était possible, par la loi de continuité et à l'aide d'une même relation, les dépenses des orifices fermés par une vanne et celles des orifices découverts par la partie supérieure, de sorte qu'on pût étudier facilement ce qui a lieu aux environs des charges qui établissent dans chaque cas le point de transition nécessaire entre ces deux genres d'orifices.

116. Ici, de même encore que pour les expériences de l'année 1827, les charges moyennes de fluide dans le plan de l'orifice, qu'on trouve consignées dans la 6e colonne du tableau n° X, ont été conclues par interpolation des résultats qui seront rapportés au n° 137 ci-dessous; car, vu leur difficulté et leur longueur, on n'a pas cru nécessaire de répéter, à leur égard, les opérations géométriques du mois de décembre 1827, que nous considérons toutes comme très-exactes.

Par un motif analogue, on n'a point répété l'expérience du n° 113 ci-dessus, relative au cas où la surface supérieure de

Digitized by Google

l'eau dans le réservoir est sur le point d'abandonner le sommet fixe de l'orifice; mais il eût été fort curieux de la tenter à l'égard des orifices qui ont moins de 20 centimètres de hauteur, et qui sont fermés par une vanne mince vers la partie supérieure. On observera néanmoins que les expériences 15, 16 et 17 du VIIe tableau concernent un niveau dans le réservoir tel, que le liquide n'était, pour ainsi dire, retenu uniquement qu'en vertu de sa seule adhérence contre le sommet de l'orifice, de sorte qu'on eût pu en ranger le résultat commun ou moyen au nombre de ceux qui, dans le Xe tableau, se rapportent aux véritables déversoirs; mais nous tenions à ne relater dans ce tableau que des résultats positifs et tout-à-fait spéciaux (1).

117. La disposition de notre appareil s'opposait à ce qu'on entreprît, pour le moment, des expériences avec des charges complètes sur la base de l'orifice qui excédassent de beaucoup 20 centimètres, ou qui fussent de beaucoup au-dessous de 2 centimètres; mais au moins ces résultats laissent-ils peu à désirer sous le rapport de l'exactitude. En effet, on relevait ici les hauteurs du niveau de l'eau dans le réservoir avec les plus grands soins, on n'opérait jamais que par des temps parfaitement calmes, et, au lieu de mesurer, comme en 1827, les dépenses au moyen du grand bassin de jauge, on employait des vases d'une capacité convenable (49); enfin on

(1) Il avait paru tout d'abord extrêmement difficile de régler d'une manière un peu stable le niveau de l'eau, dans le réservoir, à la hauteur correspondant à l'instant précis où le liquide est sur le point d'abandonner le sommet des orifices. On a fait de nouvelles tentatives depuis que ceci a été écrit, et elles ont été infructueuses parce que, dans ce cas, le plus léger souffle de vent, la plus petite ordure qui nage à la surface de l'eau, suffisent pour faire attacher ou détacher brusquement le liquide, alors même qu'il n'a point encore atteint la limite cherchée. Or il faut, pour recueillir la dépense, un temps matériellement trop long pour qu'on puisse, dans de telles circonstances, maintenir le niveau à la hauteur voulue pendant toute l'expérience. Au reste, la plus faible charge sur laquelle on a opéré, pour chaque orifice, s'écarte très-peu de la limite dont il s'agit, comme on peut s'en assurer par la comparaison des tableaux des dépenses avec ceux des dépressions relatives aux déversoirs.

Digitized by Google

avait l'attention de répéter plusieurs fois de suite chaque expérience distincte, et d'attendre, avant de les commencer, que le niveau dans le réservoir fût exactement rétabli à sa hauteur primitive. C'est ce qu'on apercevra aisément, au surplus, en jetant un coup d'œil sur les valeurs des coefficiens ou rapports $\frac{x}{y}$ portés dans la colonne n° 11 du Xe tableau, et relatifs à chaque charge distincte de fluide dans le réservoir; on y verra que rarement, pour une même charge, la plus grande différence des coefficiens s'est élevée à $\frac{1}{100}$ de leur valeur totale, et qu'à peine ces coefficiens diffèrent-ils de $\frac{1}{200}$ de leurs valeurs moyennes consignées dans la 12e colonne du même tableau : aussi ces valeurs moyennes et toutes celles qui se rapportent aux diverses autres colonnes suivent-elles une marche très-régulière, et dont la loi se laisse aisément apercevoir.

§ II.

EXPOSÉ DES RÉSULTATS CONCERNANT LES OPÉRATIONS GÉOMÉTRIQUES ET SPÉCIALEMENT LE RELEVÉ DES VEINES LIQUIDES, EXÉCUTÉS EN NOVEMBRE 1827.

Relevé de la veine jaillissant de l'orifice carré de $0^m,2$ de côté, sous une charge moyenne de $1^m,68$ au-dessus du centre.

118. Nous avons choisi, de préférence, cet orifice et cette charge très-forte pour faire quelques recherches sur la forme des veines liquides jaillissant au-dehors des réservoirs, parce que le jet présente alors une stabilité et des dimensions qui permettent d'opérer avec une parfaite exactitude, et que les différentes nappes des surfaces et l'inversion des sections y sont bien prononcées.

Digitized by Google

Nos opérations comprennent le relevé de 9 profils verticaux parallèles au plan de l'orifice et généralement distans entre eux de 5 centimètres. Ces profils ont été obtenus au moyen d'une forte tige en fer *ab* (*planche 3, fig. 23, 24, 25 et 26*) portant des filets de vis sur une grande partie de sa longueur, et terminée inférieurement par une pointe déliée qu'on mettait successivement en contact avec chacun des points du contour extérieur de la veine. Cette tige traversait perpendiculairement une règle de bois *st*, servant d'écrou, et qu'on faisait glisser par une de ses faces planes sur les côtés intérieurs du châssis octogone *cdefghik* (*fig. 23 et 24*) ou du châssis rectangulaire représenté *fig. 26*; ces côtés étaient en saillie sur un second châssis très-solide ABCD ou A′B′C′D′, et ils embrassaient extérieurement le contour de la veine liquide. Pour pouvoir d'ailleurs déterminer avec exactitude la position géométrique de l'extrémité de la tige, par rapport à ces mêmes côtés qui devaient servir d'axes des abscisses, on les avait divisés, de centimètre en centimètre, par des traits déliés sur lesquels on amenait successivement un trait pareil tracé sur la règle mobile *st*, servant de support à la tige *ab*.

On conçoit qu'en soutenant invariablement le châssis ABCD dans une situation parallèle au plan de l'orifice, au moyen des oreilles saillantes A et B et des guides horizontaux E et F (*fig. 23, 24 et 26*) fixés solidement contre la paroi verticale de la retenue, il a été facile de relever par points, au moyen d'ordonnées qui ont généralement été distantes d'un centimètre seulement, et quelquefois même d'un demi-centimètre, le profil exact de la veine déterminé par le plan vertical qui comprenait toutes les positions de l'axe de la tige. Mais, pour éviter l'appréciation immédiate de la longueur des ordonnées et obtenir directement la forme de la section de la veine, on s'est servi de planchettes en bois suffisamment épaisses, découpées exactement suivant les contours gradués des châssis

Digitized by Google

et portant les mêmes divisions sur leurs côtés extérieurs; en appliquant la règle qui porte la tige contre chacun de ces côtés ou bords, comme elle l'avait été en premier lieu sur le côté correspondant du châssis, l'extrémité de la tige, repérée sur la planchette avec beaucoup de soin, donnait sur-le-champ le point correspondant du profil de la veine.

119. Il est sans doute inutile d'insister sur ces opérations très-simples, et nous nous contenterons d'ajouter que les dimensions des pièces qui supportaient les châssis, étaient suffisantes pour qu'on n'eût pas à craindre une flexion sensible dans le sens vertical, et que la position de ces mêmes châssis, par rapport à l'axe et au plan de l'orifice, était repérée et vérifiée, à chaque opération distincte ou à chaque changement de profil, au moyen de divisions pratiquées sur la face supérieure des guides horizontaux E et F (*fig. 23, 24 et 26*). Toutefois, on remarquera qu'on a totalement renoncé à prendre des profils à une distance du plan de l'orifice moindre que $0^m,064$, attendu la forte épaisseur de la paroi qui contient cet orifice, et à une distance de ce même plan plus grande que 50 centimètres, parce qu'au-delà les chances d'erreur se multiplient tellement, qu'il n'est plus possible de rien obtenir de bien précis.

En effet, outre qu'il est difficile, à une telle distance, de fixer avec exactitude la position du châssis par rapport à l'orifice, les gerbes saillantes de la veine deviennent tellement minces, que les moindres agitations de l'air y occasionent des déformations et des déplacemens qui s'élèvent à plusieurs millimètres dans le sens de leur épaisseur. D'ailleurs, la veine n'est pas complétement isolée, elle atteint le canal de décharge (54 et suiv.) à une distance qui ne surpasse pas $0^m,80$, et la présence de ce canal doit nécessairement exercer une certaine influence dans le voisinage du point de rencontre; à la distance de 50 centimètres, au contraire, le jet

Digitized by Google

est parfaitement stable, et l'on peut compter encore sur l'exactitude des mesures géométriques.

120. Néanmoins, nous devons l'avouer, le résultat de ces opérations n'est point à l'abri de tout reproche : 1° les guides ou supports horizontaux du châssis servant à relever chaque profil de la veine n'étaient ici qu'au nombre de deux, et il faut au moins trois points d'appui distincts pour fixer convenablement la position d'un plan (1); 2° le châssis était suspendu librement sur ces guides au moyen d'oreilles saillantes, et maintenu dans son aplomb par de simples cales de bois placées sous ces oreilles, de sorte que la moindre secousse pouvait le déranger de sa position; 3° on n'a, en général, relevé directement que l'une des deux parties de la veine qui se trouvent limitées par le plan vertical passant par l'axe de l'orifice; 4° enfin la saison était très-avancée et peu favorable, les aides encore peu habiles, et le niveau a varié de 10 à 12 centimètres, pendant la durée des expériences, sur une hauteur ou charge moyenne de $1^m,68$ environ au-dessus du centre de l'orifice.

Relativement aux deux premières circonstances, nous ferons observer que les précautions scrupuleuses avec lesquelles l'observateur a opéré, et les vérifications fréquentes qu'il a faites de la position des châssis, doivent être une garantie de l'exactitude des résultats. Quant à la troisième circonstance, on remarquera que tout était ici parfaitement symétrique, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur du réservoir, par rapport au plan vertical qui contient l'axe de l'orifice; ce dont on s'est assuré par le relevé complet des deux ou trois premiers profils de la veine. Enfin on s'est aussi assuré, par le résultat

(1) Le châssis était d'abord porté par quatre guides horizontaux; mais on fut obligé de supprimer les deux inférieurs, parce qu'ils gênaient dans les opérations. Si l'on n'eût pas été pressé par l'avancement de la saison, l'on aurait fait construire un autre système de supports.

Digitized by Google

même des mesures directes, qu'en deçà de la distance de 50 centimètres relative au dernier profil, la veine n'éprouvait pas de déformation sensible, malgré la variation assez forte du niveau du fluide dans le réservoir. Ce fait, qui a été constaté par d'autres observateurs, est d'ailleurs une conséquence en quelque sorte nécessaire de la faible variation qu'éprouvait ici (voyez les tableaux I et IV) le coefficient de la dépense des formules connues, dont la grandeur dépend essentiellement des dimensions de la veine extérieure.

Au total, et quoiqu'un plus grand degré de précision encore eût été désirable dans le relevé géométrique de cette veine, nous ne pensons pas que l'erreur commise sur la position des différens points des profils ait pu s'élever beaucoup au-delà d'un millimètre pour les parties les plus éloignées de l'orifice, et d'un demi-millimètre pour celles qui l'avoisinent ou qui en sont à une distance moindre que 30 à 35 centimètres. L'incertitude doit être plus grande d'ailleurs pour les gerbes saillantes que pour les parties rentrantes de la veine, où le fluide coule en plus grande masse et éprouve toujours moins d'altération dans son mouvement.

121. Les résultats des opérations que nous venons de décrire sont représentés, à l'échelle de $0^m,3$ pour un mètre, sur la planche 4 annexée à ce mémoire. Les ordonnées horizontales des profils y sont indiquées par des lignes ponctuées, et cotées en centimètres telles qu'elles ont été obtenues sur place et immédiatement rapportées sur les planchettes (118). On y a aussi rapporté les traces du plan horizontal et du plan vertical contenant l'axe de l'orifice; et, pour mieux fixer encore la position de chaque profil, on y a tracé en outre le contour des bords intérieurs de cet orifice. Enfin il est essentiel d'observer que les ordonnées horizontales, tracées sur les profils, sont distantes les unes des autres d'un centimètre, et qu'au lieu de correspondre à des divisions exactes de la hau-

Digitized by Google

teur de l'orifice, supposé partagé en 20 parties égales, elles correspondent, par suite d'une erreur graphique primitivement commise dans la position générale des profils, à un orifice qui serait relevé de 3 millimètres au-dessus du véritable.

La figure A (*planche 4*) représente l'ensemble de tous les profils transversaux de la veine, projetés sur un plan perpendiculaire à l'axe horizontal de l'orifice, et les figures B et C (*planche 5*) contiennent les projections verticales et horizontales de cette veine construites à la même échelle que sur la planche 4. Pour en bien faire saisir la forme générale, on y a tracé les coupes par des plans parallèles à ceux de projection et distans entre eux d'un centimètre, à compter des plans verticaux et horizontaux qui contiennent l'axe de l'orifice.

122. Comme ces diverses constructions ne donnent pas immédiatement une idée complète des inflexions et de la forme très-compliquée des différentes nappes de la veine, nous avons pensé qu'il serait utile de faire exécuter sur une échelle de grandeur naturelle le modèle en relief tel qu'il se déduit du relevé des divers profils.

Nous n'insisterons pas sur la construction de ce modèle, qui a été mis sous les yeux de MM. les commissaires de l'Académie des sciences, et dont l'exécution délicate a été confiée entièrement aux soins et à l'habileté de M. Aimé, conservateur des galeries de l'école d'application de Metz. Nous nous contenterons de faire observer qu'il se compose de différentes tranches verticales séparées les unes des autres par des profils en carton mince découpés sur ceux que contiennent les planches 4 et 5, et que ces tranches sont reliées entre elles par un fort boulon qui répond à l'axe horizontal de l'orifice, de sorte qu'en dévissant l'écrou de ce boulon, il serait possible de démonter les diverses parties dont se compose le modèle : mais, comme un vernis général recouvre sa

Digitized by Google

surface, on risquerait de l'endommager; et nous pensons qu'on fera d'autant mieux de ne pas le tenter, que les profils et les projections qui se trouvent représentés dans les planches 4 et 5 ne laissent absolument rien à désirer.

123. La grandeur de la contraction éprouvée par les veines liquides au sortir du réservoir s'estime, comme on sait, par la différence entre l'aire de l'orifice et celle de la plus petite section transversale, prise perpendiculairement au filet central de ces veines. On sait aussi, d'après les expériences connues de divers physiciens, que ce filet central se confond sensiblement avec la trajectoire parabolique qui serait décrite par une molécule liquide partant du centre de l'orifice, avec une vîtesse initiale dirigée perpendiculairement au plan de la paroi et qui serait due à la charge de fluide au-dessus de ce centre. Or, cette charge étant ici de $1^m,68$ moyennement, il est aisé de se convaincre que la parabole centrale dont il s'agit demeure sensiblement horizontale dans une étendue assez grande, à compter du plan de l'orifice, et notamment qu'à la distance de 50 centimètres de ce plan la parabole n'est pas même abaissée de 2 centimètres au-dessous de l'axe horizontal de l'orifice. Il résulte de là que nos neuf sections verticales de la veine peuvent, sans erreur sensible, être considérées comme perpendiculaires au filet moyen, et qu'en en calculant l'aire superficielle et la comparant à celle de l'orifice, qui est ici de 400 centimètres carrés, on pourra obtenir, avec un degré d'approximation fort raisonnable, la quantité de la contraction en chaque point et le *minimum* de cette contraction, s'il existe dans l'étendue des profils qui ont été relevés géométriquement.

C'est cette considération qui nous a fait entreprendre le calcul de la table suivante, dans laquelle les aires des différentes sections ont été obtenues au moyen de la méthode des quadratures de Thomas Simpson.

Digitized by Google

TABLE DES CONTRACTIONS ÉPROUVÉES PAR LA VEINE LIQUIDE, À DIFFÉRENTES DISTANCES DU PLAN DE L'ORIFICE.

DISTANCE horizontale de la section au plan de l'orifice, en centimètres.	SURFACE de la section en centimètres carrés.	CONTRACTION absolue de la section en centimètres carrés.	CONTRACTION proportionnelle, ou rapport de la contraction absolue à l'aire de l'orifice.	COEFFICIENT de la contraction naturelle, ou rapport de l'aire de la section à l'aire de l'orifice.
0,0	400,00	0,00	0,000	1,000
6,4	252,05	147,95	0,370	0,630
11,0	245,12	154,88	0,387	0,613
15,0	237,46	162,54	0,406	0,594
20,0	233,01	166,99	0,417	0,583
25,0	232,04	167,96	0,420	0,580
30,0	225,06	174,94	0,437	0,563
35,0	239,48	160,52	0,401	0,599
40,0	243,62	156,38	0,391	0,609
50,0	244,27	155,73	0,389	0,615

124. On voit, par les 3e et 4e colonnes de ce tableau, que le *maximum* de la contraction a lieu aux environs de la section qui est à une distance de 30 centimètres du plan de l'orifice, c'est-à-dire, à une distance à peu près égale à $1\frac{1}{2}$ fois le côté de cet orifice, et qu'au-delà la contraction diminue continuellement, soit parce que la veine éprouve une dilatation réelle dans l'étendue où ont été relevés nos profils, soit parce que ces profils deviennent de plus en plus obliques par rapport au filet central.

Au surplus, comme il est impossible qu'on se soit trompé de plus d'un demi-millimètre sur les véritables dimensions des profils aux environs de la section *minima* dont il s'agit, attendu la stabilité de la veine en cet endroit et les précautions toutes particulières qui ont été prises pour en relever les

Digitized by Google

ordonnées, nous ne pensons pas que l'aire de cette section puisse différer de plus de $\frac{1}{250}$ de sa véritable valeur; de sorte qu'on doit considérer, dans le cas de nos expériences, la contraction *maxima* comme au moins égale aux 0,437 de l'aire de l'orifice, et le coefficient qui s'y rapporte comme au plus égal à 0,563.

Ce résultat s'écarte notablement de ceux qui étaient antérieurement connus, et donne lieu, contre les théories en usage, à quelques difficultés ou objections que nous aurons soin d'examiner dans le § Ier du chapitre qui suit. Contentons-nous ici de remarquer que le coefficient 0,563, c'est-à-dire, le rapport inverse des aires de l'orifice et de la section de plus forte contraction, ou, comme on le dit quelquefois, de la *section contractée*, est sensiblement égal à la fraction très-simple $\frac{225}{400} = (\frac{3}{4})^2$; de sorte que cette section peut être considérée comme équivalente à un carré dont le côté serait les $\frac{3}{4}$ de celui de l'orifice, proportion aussi simple que facile à retenir.

Relevé géométrique de la forme et des dimensions des veines sortant des orifices en déversoir de 20 centimètres de largeur, sur diverses hauteurs.

125. On doit à M. Bidone des recherches fort intéressantes sur ce sujet, et qui se trouvent insérées dans les *Mémoires de l'Académie de Turin* pour l'année 1824 (voyez tome XXVIII, page 281). Cette circonstance, jointe à ce que M. Bidone a opéré sur des orifices d'une grandeur raisonnable, nous eût tout-à-fait ôté l'idée de nous livrer aux opérations géométriques dont nous allons rendre compte, si nous n'avions été obligés de relever les profils de la veine fluide dans le plan même du déversoir, pour en déduire (111) la grandeur de la dépression éprouvée par cette veine, ou la

Digitized by Google

charge moyenne de fluide au-dessus du bord inférieur de l'orifice.

En effet, les expériences de M. Bidone concernent des dimensions de réservoir et de déversoir très-différentes de celles que nous avons nous-mêmes mises en usage, et il ne nous était pas prouvé que les rapports obtenus par ce géomètre entre les charges totales de liquide sur le bord inférieur de l'orifice et les épaisseurs moyennes effectives de la veine prises dans le plan même de cet orifice, suivissent exactement pour notre appareil les lois qui résultent de ses propres expériences.

Nous voyant ainsi entraînés à répéter ces opérations, et ayant d'ailleurs à notre disposition tous les appareils (81 et suiv.) qui avaient déjà servi à relever les dépressions dans l'intérieur du réservoir, ainsi que les profils de la veine sortant de l'orifice carré de 20 centimètres de côté, il nous a semblé que nous ne devions pas laisser échapper l'occasion de répéter aussi quelques-unes des opérations géométriques de M. Bidone relatives à l'accélération de courbure éprouvée par la surface supérieure du liquide, en amont ou en aval de la paroi qui contient l'orifice.

126. Les résultats de ces opérations concernent spécialement les *charges totales ou complètes* de $0^m,1803$, $0^m,1314$, $0^m,0722$ et $0^m,029$ au-dessus du bord inférieur de l'orifice, dont il a déjà été fait mention dans le n° 112. Ces résultats, rapportés en grandeur naturelle sur les feuilles 9, 10, 12 et 13 qui accompagnaient le manuscrit de ce mémoire et qui se trouvent déposées au secrétariat de l'Institut, sont représentés, dans la planche *6*, sur une échelle de $0^m,3$ pour un mètre.

On s'est principalement attaché à ce qui regarde la charge de $0^m,1803$, parce qu'elle sert en quelque sorte de limite à toutes celles qui sont relatives à l'orifice carré de 20 centi-

Digitized by Google

mètres de côté, et qu'étant encore assez forte pour contracter la partie inférieure de la veine, et la détacher entièrement de l'évasement ou talus qui accompagne extérieurement la base de l'orifice, il devenait possible d'apporter beaucoup d'exactitude dans les mesures, et de relever commodément et complétement plusieurs profils consécutifs en dehors du réservoir. Toutefois, il est à regretter, comme pour l'orifice carré de 20 centimètres de côté (119), que l'épaisseur de la paroi dans laquelle est pratiqué cet orifice, ait empêché de relever des profils de la veine à une distance de la face intérieure du réservoir encore moindre que $0^m,064$: ce qui eût été cependant nécessaire pour obtenir avec précision la forme de cette veine immédiatement à la sortie de l'orifice; forme d'autant plus intéressante à étudier, qu'elle présente vers cet endroit et dans le profil longitudinal un changement de courbure très-prononcé, d'où dépend le degré de convergence des filets fluides au sortir du réservoir.

127. Les opérations relatives à la charge de $0^m,1803$ dont il s'agit, comprennent (*planche 6*), 1° une coupe longitudinale D faite par un plan vertical passant par l'axe du déversoir; 2° deux sections ou coupes transversales parallèles entre elles, dont l'une *l*, située dans le plan même de l'orifice, et l'autre *k*, à un centimètre en arrière, dans l'intérieur du réservoir; 3° enfin trois sections transversales extérieures *m*, *n*, *o*, parallèles aux précédentes et situées respectivement aux distances de $6^c,4$, $10^c,4$ et 15^c en aval du plan de l'orifice. On a eu soin de rapporter dans ces différentes sections la projection des bords de l'orifice, afin qu'on puisse juger au premier coup d'œil de la position relative de la veine par rapport à ces bords; et, pour se mettre à l'abri des inexactitudes et altérations inséparables des constructions graphiques, on a jugé à propos de coter en centimètres les différentes ordonnées de ces profils ou sections. Il convient d'ailleurs que nous entrions dans quelques

Digitized by Google

explications particulières sur la constitution de certaines parties de ces figures, afin d'en compléter la parfaite intelligence et l'objet.

128. Relativement aux profils de la surface supérieure du liquide pris dans le plan même de l'orifice, nous ferons remarquer que, bien que leur forme générale s'accorde avec celle des profils obtenus par M. Bidone, ils présentent cependant quelques incertitudes dans le relevé des points situés de part et d'autre de l'orifice; car, en vertu de l'adhérence, le liquide s'élève, le long des parois latérales, au-dessus de son niveau naturel, et il devient difficile de déterminer avec précision, au moyen du contact des tiges (81), l'origine supérieure du remous ou ménisque de liquide soulevé. Le profil qui en résulte ne donne pas d'ailleurs une idée exacte de la forme qu'affecte la surface de l'eau à une certaine distance en amont de l'orifice, et c'est ce qui nous a déterminés à relever un second profil *k*, situé à 1 centimètre en arrière du premier et parallèle à la face du réservoir, profil pour lequel l'action capillaire exerce une influence qu'on peut négliger sans inconvénient.

On voit par ce profil que la dépression du fluide, aux environs de l'orifice, forme une sorte de creux qui se raccorde par une inflexion très-adoucie avec les parties latérales de sa surface supérieure, et que cette inflexion ne se dessine fortement que très-près des bords verticaux de l'orifice. En consultant les cotes des parties latérales du profil *l*, on verra aussi que l'action capillaire, réunie sans doute au remous naturel qui se forme, le long des bords dont il s'agit, en vertu de la *vitesse acquise* des molécules; on verra, dis-je, que cette action est assez puissante pour soulever la surface du liquide à une hauteur qui surpasse même celle de $18^c,03$, qui répond au niveau général dans le grand réservoir.

129. Quant à ce qui concerne les sections transversales de la veine prises en dehors du réservoir, nous ferons remar-

Digitized by Google

quer que, attendu le peu d'élévation du bord inférieur de l'orifice au-dessus du canal qui verse les eaux dans le bassin de jauge (55), il a été complétement impossible de relever des profils au-delà de la distance de 15 centimètres. Pour en obtenir à une distance plus grande, il eût fallu renoncer aux appareils employés dans les opérations relatives aux orifices fermés à la partie supérieure (118), et déterminer les sections transversales pour des plans à peu près normaux au filet moyen de la veine extérieure; ce qui aurait singulièrement compliqué et allongé les opérations. Le même motif, joint à l'avancement de la saison, a fait renoncer pareillement à toute idée de relever des profils transversaux extérieurs pour des charges au-dessous de 18 centimètres, sauf cependant celle de $13^c,14$, pour laquelle on a déterminé le profil *q* (*planche 6*) qui répond à la distance de $6^c,4$ du plan de l'orifice.

130. Il ne nous reste plus qu'un mot à ajouter touchant les coupes verticales faites dans le sens de la longueur de la veine, et qui sont comprises dans des plans partageant cette veine et l'orifice en deux parties symétriques; car les autres figures de la planche *6*, qui sont relatives aux charges de $13^c,14$, $7^c,22$ et $2^c,9$, ne demandent absolument aucune explication nouvelle, d'après les détails dans lesquels nous venons d'entrer en particulier pour la charge de $18^c,03$.

Dans toutes ces coupes, le profil de la surface supérieure du liquide a été relevé avec beaucoup d'exactitude à l'aide d'ordonnées verticales cotées en centimètres et fractions de centimètre sur les figures, et qui souvent n'étaient distantes entre elles que de 2 et même de 1 centimètre, ainsi qu'on peut le voir en particulier sur la figure G de la planche *6*, relative à la charge de $2^c,9$ sur la base du déversoir; ces ordonnées ont été multipliées principalement dans les parties dont la courbure était fortement prononcée, et l'on se servait encore ici, pour les relever, de l'appareil à tiges décrit aux nos 81 et suiv.,

Digitized by Google

et qu'on faisait glisser, au moyen de guides horizontaux, dans le plan même du profil.

On remarquera que ce relevé a été poussé très-loin de part et d'autre du plan de l'orifice, c'est-à-dire, en dedans et en dehors du réservoir. Il paraissait surtout intéressant de déterminer, comme l'a fait M. Bidone dans le mémoire déjà cité, le point de la surface supérieure du liquide dans le réservoir, pour lequel la dépression commence à devenir appréciable à l'aide des instrumens mis en usage; car on conçoit du reste qu'à moins d'une inflexion ultérieure et brusque dans le profil de la surface, les ordonnées doivent, mathématiquement parlant, croître sans cesse, à partir de l'orifice, en allant vers l'intérieur du réservoir; ce qui fait que toute détermination exacte du point d'origine de la dépression est réellement impossible. Quoi qu'il en soit, en promenant dans le sens du profil l'instrument qui porte la pointe à relever les ordonnées, on a cru s'apercevoir que ces ordonnées cessaient de varier, d'une manière sensible, à des distances de l'orifice d'autant plus rapprochées que les charges de liquide étaient plus fortes : ces distances se trouvent d'ailleurs indiquées sur les différentes coupes longitudinales telles que les ont données les opérations sur place.

131. Il s'en faut de beaucoup, au surplus, que les profils longitudinaux de la surface inférieure des veines, qui se trouvent tracés sur les figures D et E de la planche *6* et sont relatifs aux charges de $18^c,03$ et $13^c,14$, soient déterminés avec autant d'exactitude que ceux de la surface supérieure; le profil de la figure D, entre autres, n'a été établi que par trois points obtenus au moyen des sections transversales situées à 6,4, 10,4 et 15 centimètres des bords de l'orifice, ou par 4 points en comptant celui du bord inférieur : au-delà, la courbe a été prolongée à vue ou de sentiment, en se guidant d'après la position du point auquel elle atteint le canal qui reçoit et

Digitized by Google

evacue le liquide. Pour le profil E, on n'a même relevé rigoureusement qu'un seul point situé à une distance horizontale de 6c,4 du plan de l'orifice, et deux autres points ont été déterminés approximativement aux distances de 11 et de 13 centimètres. Enfin, pour les coupes longitudinales F et G, on a représenté par une courbe ponctuée la partie inférieure du profil, sur laquelle on ne pouvait réellement acquérir aucune donnée exacte. Nous ferons remarquer, en particulier, que, pour la charge très-faible de 29 millimètres, la veine suivait par instans, du moins un peu au-delà du bord inférieur de l'orifice, l'évasement ou talus pratiqué dans l'épaisseur de la paroi du réservoir; ce qui a dû altérer un peu la forme extérieure de cette même veine, ainsi que le produit de l'écoulement ou la dépense.

Pour les charges complètes au-dessous de 29 millimètres, ces circonstances se reproduisent avec plus d'intensité encore, et c'est ce qui a fait renoncer totalement à l'idée de relever les dépenses pour de semblables orifices, qui d'ailleurs ne se présentent guère dans la pratique.

132. Quoique le calcul des aires des sections verticales de la veine, en dehors de l'orifice et parallèlement à son plan, ne soit d'aucune utilité immédiate pour le cas qui nous occupe, attendu que ces sections ne peuvent point ici être considérées, à beaucoup près, comme les sections *minima* ou normales de la veine, on l'a cependant effectué à l'égard des profils qui ont été relevés géométriquement, parce qu'il indique dans les aires de ces dernières sections une diminution qui, étant beaucoup plus rapide que celle qui se rapporte à l'accélération de vitesse du liquide, annonce elle-même une assez forte contraction de la veine au sortir de l'orifice.

Du reste, si l'on effectue le produit de chacune des aires verticales dont il s'agit, par le sinus de l'angle que forme son plan avec la courbe du filet central de la veine, courbe qui peut

Digitized by Google

aisément se tracer au moyen des différens profils, ou en lui supposant, avec M. Bidone (voyez son *Mémoire* de 1824 *sur l'accélération de courbure, &c.*), la forme de la trajectoire parabolique correspondante à la vitesse initiale de ce filet; si l'on effectue ce produit, dis-je, il donnera une valeur sensiblement exacte de l'aire de chaque section normale ou *minima*, qu'on pourrait aussi calculer directement en traçant les contours de cette section, au moyen de projections et profils longitudinaux résultant de l'ensemble des données prises sur place.

Voici maintenant les résultats des calculs concernant les sections verticales parallèles au plan de l'orifice, auxquels nous avons joint les aires des sections prises dans le plan même de cet orifice :

1°. *Charge totale de 18^{c},03 sur le fond du déversoir.*

Aire de la section comprise dans le plan de l'orifice.....	328,80
——— à 6^{c},4 en avant de ce plan.....	199,38
——— à 10,4 ———	186,65
——— à 15,0 ———	181,21

2°. *Charge totale de 13^{c},14.*

Aire de la section dans le plan de l'orifice.....	235,40
——— à 6^{c},4 en avant de ce plan.....	147,71

3°. *Charge totale de 7^{c},22.*

Aire de la section dans le plan de l'orifice.....	124,38

4°. *Charge totale de 2^{c},9.*

Aire de la section dans le plan de l'orifice.....	45,18

Digitized by Google

Mesure des Dépressions éprouvées dans le réservoir par la surface supérieure du liquide.

Premier cas : *Orifices fermés par une vanne mince.*

133. Après tout ce qui a été dit, dans le § II du chapitre II de ce mémoire, sur les dépressions qui se rapportent au cas des orifices fermés vers la partie supérieure par une vanne mince, nous pouvons nous dispenser d'entrer dans de nouveaux détails sur ce qui les concerne, et nous borner à rapporter ici les résultats des opérations qui ont été faites, au printemps de 1828, pour les relever avec exactitude, à l'aide des appareils qui ont été décrits d'une manière spéciale aux n°s 81 et suivans. Ces résultats ont particulièrement trait aux orifices de 20, 10, 5, 2 et 1 centimètre de hauteur, qu'on se proposait de soumettre à l'expérience, sur de nouveaux frais, dès l'entrée de la seconde campagne, et ils se trouvent tous compris dans le tableau suivant, dans lequel nous appelons *charge totale* ou *maxima* sur la base des orifices celle qui a été relevée à $3^m,50$ en amont, vers l'entrée du grand réservoir, et *charge réduite* ou *minima* celle qui l'a été tout près de la paroi des orifices, dans le lieu où la dépression se trouve à peu près la plus forte.

Digitized by Google

TABLE DES DÉPRESSIONS *MAXIMA* DU NIVEAU DE L'EAU, MESURÉES IMMÉDIATEMENT EN AMONT DES ORIFICES.

NUMÉROS des expériences. 1	CHARGE totale sur la base de l'orifice. 2	CHARGE réduite sur la base de l'orifice. 3	RAPPORT de la charge totale à la hauteur de l'orifice. 4	DÉPRESSION correspondante et *maxima* du liquide. 5	RAPPORT de la charge réduite à la charge totale. 6
	ORIFICE DE 20 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.				
	millimètres.	millimètres.		millimètres.	
1	217, 00	200, 00	1, 0850	17, 00	0, 9217
2	218, 30	209, 00	1, 0915	9, 30	0, 9574
3	218, 40	208, 80	1, 0920	9, 60	0, 9560
4	223, 80	217, 30	1, 1190	6, 50	0, 9710
5	224, 00	217, 40	1, 1200	6, 60	0, 9705
6	231, 00	224, 80	1, 1550	6, 20	0, 9732
7	239, 20	233, 50	1, 1960	5, 70	0, 9762
8	242, 10	237, 30	1, 2105	4, 80	0, 9802
9	252, 50	248, 70	1, 2625	3, 80	0, 9850
10	259, 00	256, 40	1, 2950	2, 60	0, 9900
11	328, 00	327, 00	1, 6400	1, 00	0, 9970
12	328, 30	327, 00	1, 6415	1, 30	0, 9960
13	406, 50	405, 60	2, 0325	0, 90	0, 9978
14	500, 50	499, 90	2, 5025	0, 60	0, 9988
	ORIFICE DE 10 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.				
1	112, 00	100, 00	1, 1200	12, 00	0, 8929
2	112, 80	101, 40	1, 1280	11, 40	0, 8989
3	115, 00	108, 00	1, 1500	7, 00	0, 9391
4	117, 00	111, 00	1, 1700	6, 00	0, 9487
5	126, 90	122, 40	1, 2690	4, 50	0, 9645
6	134, 80	130, 60	1, 3480	4, 20	0, 9688
7	136, 00	132, 70	1, 3600	3, 30	0, 9757
8	142, 10	139, 00	1, 4210	3, 10	0, 9782
9	143, 00	140, 40	1, 4300	2, 60	0, 9818
10	152, 20	149, 90	1, 5220	2, 30	0, 9849
11	174, 90	173, 60	1, 7490	1, 30	0, 9926

Digitized by Google

SUITE DE LA TABLE DES DÉPRESSIONS *MAXIMA* DU NIVEAU DE L'EAU, MESURÉES IMMÉDIATEMENT EN AMONT DES ORIFICES.

NUMÉROS des expériences. 1	CHARGE totale sur la base de l'orifice. 2	CHARGE réduite sur la base de l'orifice. 3	RAPPORT de la charge totale à la hauteur de l'orifice. 4	DÉPRESSION correspondante et *maxima* du liquide. 5	RAPPORT de la charge réduite à la charge totale. 6
	ORIFICE DE 5 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.				
	millimètres.	millimètres.		millimètres.	
1	58, 20	50, 00	1, 1640	8, 20	0, 8591
2	59, 20	53, 00	1, 1840	6, 20	0, 8953
3	63, 00	59, 50	1, 2600	3, 50	0, 9444
4	66, 00	63, 00	1, 3200	3, 00	0, 9546
5	72, 30	69, 30	1, 4460	3, 00	0, 9585
6	129, 20	128, 30	2, 5840	0, 90	0, 9930
7	169, 20	168, 50	3, 3840	1, 70	0, 9959
8	237, 50	237, 20	4, 7500	0, 30	0, 9987
	ORIFICE DE 2 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.				
1	31, 00	28, 00	1, 5500	3, 00	0, 9032
2	38, 00	34, 80	1, 9000	3, 20	0, 9158
3	45, 30	42, 70	2, 2650	2, 60	0, 9426
4	62, 00	59, 80	3, 1000	2, 20	0, 9645
5	79, 00	77, 40	3, 9500	1, 60	0, 9798
	ORIFICE DE 1 CENTIMÈTRE DE HAUTEUR.				
1	10, 40	8, 20	1, 0400	2, 20	0, 7885
2	11, 30	9, 00	1, 1300	2, 30	0, 7965
3	14, 90	12, 40	1, 4900	2, 50	0, 8322
4	22, 00	19, 20	2, 2000	2, 80	0, 8727
5	31, 00	29, 00	3, 1000	2, 00	0, 9355
6	38, 00	36, 40	3, 8000	1, 60	0, 9579
7	38, 80	37, 40	3, 8800	1, 40	0, 9639
8	49, 00	47, 30	4, 9000	1, 70	0, 9653
9	62, 00	60, 60	6, 2000	1, 40	0, 9774
10	81, 00	80, 30	8, 1000	0, 70	0, 9914

Digitized by Google

134. En observant, pour chacune de ces tables, la marche qui est suivie par les nombres des cinquièmes colonnes qui désignent la quantité de la dépression pour les charges totales et consécutives de fluide soumises à l'expérience, on sera d'abord frappé des irrégularités qu'elle présente, et l'on sera tenté d'accorder bien peu de confiance aux résultats des opérations qui ont servi à mesurer cette dépression; mais il faut considérer que ces anomalies ne portent que sur les dixièmes de millimètre, c'est-à-dire, sur des quantités qu'il était difficile d'apprécier exactement, et qui ne peuvent être d'une grande importance pour l'objet qu'on s'est ici proposé de remplir (88), puisqu'elles sont toutes des fractions extrêmement petites des charges qui entrent dans le calcul des tables des dépenses relatives aux orifices limités par une vanne mince.

D'ailleurs, si l'on décrit des courbes ayant pour abscisses les charges totales de liquide, et pour ordonnées le décuple des dépressions correspondantes, on verra que les anomalies ou différences dont il s'agit n'empêchent nullement les lois de se manifester, et qu'il en résulte des lignes assez continues et affectant toutes une forme analogue pour les différentes hauteurs d'orifice. Elles présentent d'abord, à compter des plus fortes charges, une branche infinie analogue à celle d'une hyperbole qui aurait pour asymptote l'axe des abscisses positives, et serait prolongée un peu au-delà de son sommet et vers l'origine des coordonnées; bientôt se manifeste, dans chaque courbe et aux environs des petites charges de liquide sur le bord supérieur des orifices, une inflexion qui tend à faire croître les ordonnées moins rapidement que ne l'exige la loi hyperbolique; enfin la courbe se redresse par une nouvelle inflexion, et se rapproche continuellement de l'axe des ordonnées en s'éloignant rapidement de celui des abscisses, comme le ferait la seconde partie de la branche d'hyperbole ci-dessus.

Digitized by Google

Nous avons effectivement tracé les courbes de dépression dont il s'agit, afin d'en déduire, par interpolation, les charges de liquide qui devaient entrer (102 et suiv.) dans la composition des tableaux des dépenses, et nous avons trouvé qu'elles sont à très-peu près semblables entre elles de forme et de position; mais cette forme est trop compliquée et les expériences ne sont pas assez précises en elles-mêmes pour qu'on puisse essayer d'en représenter la loi générale à l'aide d'une formule. C'est aussi pour cela que nous avons jugé inutile de rapporter ici le tracé de ces courbes, qui, d'ailleurs, est très-propre à mettre en évidence la marche des dépressions aux instans où la paroi supérieure des orifices exerce une certaine influence pour soulever la surface du liquide.

135. Nous avons déjà dit, aux nos 76 et 86, quelques mots touchant cette action de la paroi supérieure de l'orifice; il nous suffira d'ajouter qu'à l'instant où le déversoir est prêt à se former et la nappe supérieure du liquide à se détacher du sommet de l'orifice, la dépression tend à augmenter brusquement et à changer totalement de loi. C'est à cette cause, ainsi qu'au trouble occasioné par les remous et bouillonnemens qui se manifestent, à l'instant dont il s'agit, près de la paroi de l'orifice, qu'on doit principalement attribuer les anomalies que présentent les premières expériences de chacune des tables qui précèdent.

On doit même remarquer que les dépressions inscrites sous le n° 1 dans celles de ces tables qui sont relatives aux orifices de 20, de 10 et de 5 centimètres, et qui se rapportent aux charges totales de 217, 112 et 58,2 millimètres, n'ont point été relevées directement comme pour les expériences suivantes, et qu'elles ont été obtenues par la seule observation de l'instant, mentionné ci-dessus, où le liquide abandonne brusquement le bord supérieur de l'orifice : on se rendra compte par-là de la grande différence que présentent ces

Digitized by Google

dépressions par rapport à celles qui les suivent immédiatement. Notre but, en les comprenant parmi les autres, a été d'étudier, comme pour les dépenses elles-mêmes (113), la marche du phénomène dans le point de passage naturel des orifices limités en tout sens aux orifices entièrement découverts par la partie supérieure, et de lier entre elles, s'il se peut, les dépressions qui sont relatives à ces deux genres d'orifices. Nous reviendrons bientôt sur les circonstances qui accompagnent l'instant de la formation du déversoir; disons d'abord un mot sur la manière dont on a obtenu, pour ces derniers orifices, la grandeur des dépressions et les charges moyennes qui sont entrées (111) comme base des calculs dans les tableaux III et X, concernant la dépense des déversoirs.

Deuxième cas : *Dépressions relatives aux orifices découverts.*

136. Considérons, pour exemple, l'orifice en déversoir qui se rapporte à la charge totale de $0^m,1803$, mesurée à une grande distance en amont dans le réservoir, et que concerne spécialement la planche *6*. Nous avons vu (132) que, pour cet orifice, la section de la veine dans le plan de la paroi était de 328,80 centimètres carrés; divisant cette aire par 20 centimètres, largeur invariable de l'orifice, on en a conclu que la *charge moyenne* de liquide au-dessus de la base, charge que nous avons représentée par o ou $h - h'$ dans les tableaux III et X déjà cités (voyez les *conventions générales* qui précèdent ces tableaux), on en a conclu, dis-je, que cette charge moyenne avait pour valeur $16^c,44$ ou $0^m,1644$. Par suite aussi, ce que nous avons nommé la *dépression moyenne* du liquide dans le plan de l'orifice, ou la valeur de ce que nous avons désigné par h' dans les tableaux, se trouve être égale à $0^m,1803 - 0^m,1644 = 0^m,0159$ ou 15,90 millimètres, puisque la charge totale est ici de $0^m,1803$.

Digitized by Google

Cette opération n'a pu être effectuée que pour les seules charges totales de $0^m,1803$, $0^m,1314$, $0^m,0722$ et $0^m,0290$, attendu la longueur et la difficulté des opérations géométriques nécessaires au relevé des profils de la veine; mais comme, à l'instant de la formation du déversoir relatif à chaque ouverture distincte de la vanne, la hauteur même de cette ouverture peut être considérée comme étant sensiblement égale à la charge moyenne de liquide dans le plan de l'orifice, les dépressions concernant ces nouvelles charges, telles que les donne le tableau du n° 133 pour les orifices de 20, de 10 et de 5 centimètres de hauteur (135), ont pu être classées dans la table suivante, où nous avons jugé à propos de relater la date des observations faites dans des années différentes :

TABLE DES DÉPRESSIONS ET DES CHARGES MOYENNES DANS LE PLAN DU DÉVERSOIR.

DATES des observations.	NUMÉROS D'ORDRE.	CHARGE totale de liquide, ou valeur de h.	CHARGE moyenne dans le plan de l'orifice, ou valeur de $o = h - h'$.	DÉPRESSION moyenne dans le plan de l'orifice, ou valeur de h'.	RAPPORT de la charge moyenne à la charge totale, ou valeur de $\frac{o'}{h} = \frac{h-h'}{h}$.	RAPPORT de la charge totale à la charge moyenne, ou valeur de $\frac{h}{o} = \frac{h}{h-h'}$.
1	2	3	4	5	6	7
		millimètres.	millimètres.	millimètres.		
	1	217, 00	200, 06	17, 00	0, 9217	1, 0850
nov. et déc. 1827.	2	180, 30	164, 40	15, 90	0, 9118	1, 0967
	3	131, 40	117, 70	13, 70	0, 8957	1, 1164
mai 1828,	4	112, 00	100, 00	12, 00	0, 8929	1, 1200
décemb. 1827.	5	72, 20	62, 19	10, 01	0, 8614	1, 1610
mai 1828.	6	58, 20	50, 00	8, 20	0, 8591	1, 1640
décemb. 1827.	7	29, 00	22, 59	6, 41	0, 7790	1, 2838

Digitized by Google

137. Pour déduire des données de cette table les charges moyennes qui sont entrées dans la composition des tableaux n°s III et X, relatifs aux dépenses des déversoirs, on s'est construit sur une grande échelle une courbe ayant pour abscisses les rapports $\frac{h}{o}$ de la 7e colonne de la table ci-dessus, et pour ordonnées les valeurs correspondantes des dépressions h' contenues dans la 5e colonne. Cette courbe, qui s'écarte très-peu d'une hyperbole équilatère, a servi à établir la relation $(\frac{h}{o} - 1)(h' - 1,80) = 1,319$, dont il sera question dans le dernier chapitre de ce mémoire, et c'est avec cette relation qu'ont été calculées les charges moyennes o, correspondantes aux différentes charges totales de liquide h portées dans les tableaux des dépenses III et X.

Du reste, on ne doit pas oublier que les résultats compris sous les n°s 1, 4 et 6 dans la table des dépressions ci-dessus, se rapportent à l'instant même de la formation du déversoir; or, en jetant un coup d'œil, soit sur la courbe d'interpolation, soit sur les colonnes 6 et 7 de la table, on aperçoit sur-le-champ que les charges moyennes relatives à ces trois expériences doivent généralement avoir été estimées un peu au-dessus de leur véritable valeur, de sorte que les dépressions correspondantes seraient véritablement aussi un peu trop faibles. Ce résultat ne saurait surprendre, puisque le liquide, en vertu de l'adhérence, se trouve véritablement retenu contre la paroi supérieure de l'orifice, c'est-à-dire, contre le bord inférieur de la vanne, un peu après l'instant où il l'abandonnerait complétement si cette adhérence n'existait pas; en d'autres termes, cette même adhérence doit tendre à faire relever un peu le niveau moyen dans le plan de l'orifice, et à diminuer par suite la dépression qui aurait lieu si la vanne venait tout-à-coup à être supprimée.

138. La détermination de la charge totale qui correspond à l'instant précis où la charge moyenne dans le plan de l'ori-

Digitized by Google

fice équivaut à la hauteur de cet orifice, présente d'ailleurs en elle-même beaucoup d'incertitude. On a eu occasion de s'en apercevoir chaque fois qu'on cherchait à observer l'instant de la formation du déversoir : car, dès que la nappe supérieure de l'eau cessait d'être en contact avec le bord inférieur de la vanne, elle s'abaissait brusquement et d'une quantité notable au-dessous de ce bord ; et, dès qu'on essayait de faire remonter le niveau général dans le réservoir, de façon que la nappe supérieure de la veine atteignît légèrement l'arête horizontale de ce même bord, cette nappe se relevait brusquement et d'une quantité sensible au-dessus de la position qu'elle occupait immédiatement auparavant. Souvent aussi une simple secousse donnée contre la vanne, à l'instant où le liquide y était encore retenu d'une manière stable en vertu de l'adhérence, suffisait pour l'en détacher entièrement ou pour provoquer la formation permanente du déversoir, et cela sans que le niveau général eût aucunement baissé.

D'ailleurs, ces effets de l'adhérence étaient d'autant plus sensibles, et l'instant précis de la formation du déversoir d'autant plus incertain, que la hauteur de l'orifice était elle-même moindre : aussi a-t-il été complétement impossible de saisir cet instant pour les orifices de 1, de 2 et de 3 centimètres d'ouverture, qui ont présenté cette singulière circonstance, que la surface supérieure du liquide, en amont de leur paroi, s'est trouvée déprimée d'une manière sensible par rapport à l'arête inférieure de la vanne, sans que, pour cela, le déversoir fût formé, ou que l'eau cessât de raser, dans toute sa longueur, l'arête dont il s'agit.

Digitized by Google

CHAPITRE IV.

OBSERVATIONS, RECHERCHES ET CONSÉQUENCES DIVERSES.

139. Nous nous proposons, dans ce chapitre, de rapporter toutes les observations et discussions qui peuvent intéresser directement la science de l'hydraulique, et qui tendent, soit à infirmer, soit à confirmer les résultats déjà obtenus par d'autres expérimentateurs, ainsi que les hypothèses ou théories particulières déjà admises sur le mouvement des liquides; nous tâcherons aussi de mettre dans tout leur jour les conséquences et les lois auxquelles nous ont conduits nos recherches sur la dépense des orifices à grandes dimensions, de manière à en faciliter l'application aux questions de l'hydraulique pratique qui se rapportent plus spécialement aux expériences dont nous rendons compte dans ce premier mémoire. En confrontant nos résultats avec ceux qui sont déjà connus, nous discuterons les causes des différences, s'il en existe, et, en particulier, nous n'oublierons pas de tenir compte de celles de ces causes qui tiennent à la diversité de grandeur ou de disposition des appareils et des orifices.

Nous débuterons par ce qui a trait à la forme et à la contraction de la veine, à la nature du mouvement des filets, à la dépression du niveau dans le réservoir; puis nous passerons à ce qui concerne la dépense même de liquide, objet qui intéresse particulièrement l'hydraulique pratique, et qui est le but principal de nos recherches.

Digitized by Google

§ Ier.

SUR LA CONSTITUTION ET LA CONTRACTION DES VEINES LIQUIDES.

Particularités relatives à la forme de la veine et à la marche des molécules sur sa surface.

140. Notre intention n'est point ici de répéter tout ce que l'on connaît déjà sur cette matière; il doit nous suffire de rapporter succinctement les observations particulières à nos expériences et les idées qu'elles nous ont suggérées.

La difficulté et la longueur des opérations nécessaires pour relever géométriquement la forme des veines liquides jaillissant au-dehors des orifices, nous ont contraints, comme on l'a vu (118 et 126), à nous borner aux orifices carrés de 20 centimètres de côté, considérés en quelque sorte sous la plus faible et la plus forte charge qu'il nous ait été possible d'obtenir au moyen de notre appareil; les résultats des opérations relatives à ces orifices suffisent pour donner une idée de la manière dont la veine change successivement de forme en passant de ces plus faibles à ces plus fortes charges.

On voit, en effet, par la comparaison des figures des planches *4* et *5* concernant les orifices entièrement fermés, et des figures de la planche *6* qui se rapportent aux orifices découverts par la partie supérieure, qu'à mesure que la hauteur du liquide diminue dans le réservoir, le phénomène du renversement des nappes de la veine diminue aussi d'intensité; c'est-à-dire, que les gerbes qui saillent au-dehors du noyau central se rapprochent continuellement de ce noyau, et que les évidemens formés par ces nappes se remplissent, en quelque sorte,

Digitized by Google

et deviennent de moins en moins prononcés, surtout pour les parties supérieures de la veine. On voit enfin que la gravité acquiert une action de plus en plus grande, pour infléchir la masse entière du liquide et particulièrement les nappes saillantes horizontales, d'où il résulte que les évidemens et les saillies ne se font plus guère sentir que pour les parties inférieures de l'orifice.

141. L'observation de ce qui se passe quand on diminue progressivement la hauteur du niveau dans le réservoir, nous a de plus démontré que le changement de forme de la veine s'opère par degrés insensibles, ainsi qu'il est naturel de le pressentir; mais nous n'avons nullement remarqué, lors de ces changemens successifs, les illusions dont parle M. Bidone dans l'un de ses derniers mémoires, intitulé *Expériences sur la forme et sur la direction des veines et des courans d'eau lancés par diverses ouvertures*, § 23, page 120 (1), et desquelles il résulte que les filets fluides semblent décrire des spirales et se croiser réciproquement sous certains angles. M. Bidone observe lui-même que ces apparences n'ont pas lieu quand le niveau supérieur de l'eau dans le réservoir est parfaitement calme; ce qui le conduit à regarder comme un simple accident le croisement des filets observé par divers auteurs, notamment par M. Hachette, lors de ses expériences sur les *veines elliptiques, carrées et triangulaires* (2) : mais nous ne saurions partager cette manière de voir. M. Hachette, en effet, s'exprime positivement en ces termes : « En examinant les formes des surfaces de ces » veines, on reconnaît dans chacune d'elles une section plane » ou à double courbure de même genre que la section con- » tractée circulaire. On voit que les divers filets d'eau *se croisent* » *sur le contour de ces lignes de contraction à peu près comme les*

(1) Voyez la note du n.° 9, où nous avons déjà mentionné ces recherches de M. Bidone.

(2) *Traité élémentaire des machines*, édition de 1828; *Précis des Mémoires sur l'hydraulique lus à l'Académie royale des sciences*, le 18 septembre 1815 et le 26 août 1816.

Digitized by Google

» *droites d'une surface développable sur l'arête de rebroussement de* » *cette surface.* »

Or, je le demande, est-il possible d'admettre que M. Hachette se soit mépris sur la nature du phénomène, jusqu'au point de ne pas s'être aperçu qu'il était simplement occasioné par *les mouvemens divergens et accidentels des molécules liquides dans l'intérieur du réservoir, et par le déplacement continuel des points brillans de la veine, lorsque la charge de fluide diminue progressivement!*

Est-il supposable qu'un fait que M. Hachette donne pour constant, n'aurait eu pour cause qu'un accident particulier et un défaut dans le maintien du niveau de l'eau dans le réservoir? Nous le pensons d'autant moins, que nous n'avons point remarqué un semblable croisement des filets lors de nos expériences sur des charges décroissantes, et nous sommes plutôt tentés d'en attribuer les apparences à quelque cause permanente du genre de celles qui provoquent la formation des rides ou ondes fixes à la surface des veines liquides.

Nous-mêmes nous avons eu l'occasion, lors de nos premières expériences de 1827 sur l'orifice de 20 centimètres de côté, d'observer de pareils phénomènes dus aux inégalités qui hérissaient les bords intérieurs de cet orifice, et ils se trouvent décrits, avec beaucoup de soin et dans toutes leurs circonstances, dans une *Notice sur les rides ou ondes permanentes* que l'un de nous a remise à M. Arago, lors du séjour de ce savant à Metz, en décembre dernier (1829); notice dont le contenu faisait d'abord partie de ce mémoire, mais que nous en avons détachée à cause de son étendue, et de l'intérêt particulier qu'elle peut inspirer aux physiciens et aux géomètres qui se sont occupés du phénomène varié des ondes.

142. Dans nos expériences sur les veines jaillissant, sous différentes charges, au-dehors des orifices carrés et rectangulaires de 20 centimètres de base, il nous a d'ailleurs été impos-

Digitized by Google

sible d'apercevoir la formation des *nœuds* et des *ventres* successifs ou des contractions et dilatations de la veine dont parle M. Bidone dans le mémoire déjà cité, formation qui avait été aussi observée par MM. Hachette et Savart dans des expériences entreprises il y a plusieurs années. M. Brunaci, en opérant sur des orifices carrés et circulaires de $0^m,296$ de côté ou diamètre, ne l'a pas plus aperçu que nous (1), et il donne même à entendre que, si des physiciens l'ont remarqué pour certains cas, cela ne pouvait tenir qu'à un trouble particulier dans le réservoir qui aurait produit un mouvement de tournoiement dans la marche des filets; mais il paraît beaucoup plus simple d'admettre que la longueur de veine qui a été observée par M. Brunaci et par nous, n'a pas été assez grande pour que le phénomène pût se manifester.

On conçoit, en effet, que la distance qui sépare deux nœuds ou contractions consécutives puisse augmenter avec les dimensions de l'orifice, et que les nœuds qui suivent le premier disparaissent même totalement quand les charges de liquide deviennent très-comparables à ces dimensions, comme cela avait lieu dans les expériences de M. Brunaci et les nôtres. En un mot, il paraît évident, par la comparaison des profils des veines que nous avons rapportés (*planches 4, 5 et 6*) pour les plus faibles et les plus fortes charges de nos expériences, que la valeur absolue de ces charges a une très-grande influence sur la formation des différentes nappes, et qu'en particulier, l'intensité du phénomène de la contraction et du renversement est essentiellement subordonnée à la grandeur même du rapport qui existe entre la hauteur du niveau dans le réservoir et les dimensions de l'orifice.

143. Quant aux explications que M. Bidone a proposées dans son mémoire sur l'inversion du profil des veines carrées

(1) Voyez, au sujet de ces recherches de M. Brunaci, la note qui accompagne le n° 8 de ce mémoire.

Digitized by Google

et autres, elles nous semblent manquer d'un complément nécessaire, dont l'idée nous avait été suggérée par l'examen de ce singulier phénomène, dès nos premières observations de 1827. Ce savant, adoptant la supposition fort naturelle, et qui se présente tout d'abord à l'esprit, que l'extension des gerbes saillantes est due à la rencontre, à la compression réciproque des filets liquides qui convergent avec le plus d'intensité vers le dehors du réservoir, a été conduit à partager les systèmes de ces filets *en faisceaux plus efficaces et en faisceaux moins efficaces*, et à admettre que les premiers faisceaux appartiennent aux parties saillantes des orifices, et les autres aux parties rentrantes ou rectilignes. Il en résulte, en effet, que, l'action de ceux-ci, pour contracter la veine, étant moins énergique que l'action de ceux-là, cette veine doit s'évider vers les parties qui répondent aux saillies de l'orifice, et se renfler, en s'amincissant, vers celles qui répondent au milieu de ses différens côtés; mais M. Bidone ne fait pas bien voir, ce nous semble, en quoi consistent et d'où proviennent précisément cette plus grande et cette moindre efficacité des faisceaux saillans ou rentrans.

En effet, ses raisonnemens se fondent essentiellement sur ce que les filets qui rasent le contour de l'orifice, convergent tous vers l'intérieur de la veine (voyez le n° 10 de son mémoire) de façon à former, dès leur sortie de cet orifice, une surface dont la section, prise à une petite distance de son plan et parallèlement à ce plan, serait semblable au contour dont il s'agit. Or cette circonstance n'a pas lieu, comme on peut le voir, pour le cas des veines carrées. De plus, ses raisonnemens supposent tacitement que les filets fluides tendent à décrire, sur la surface extérieure et sur celles qu'on peut lui concevoir comme équidistantes et semblables dans l'intérieur de la veine, des lignes normales à-la-fois aux contours des sections de ces surfaces prises dans le plan de l'orifice et dans

Digitized by Google

le plan parallèle qui en est infiniment voisin ; d'où il résulterait que les filets qui appartiennent à des arcs saillans de l'orifice convergeraient, en-dehors du réservoir, sur la surface qui les contient, et que ceux qui appartiennent aux arcs rentrans divergeraient au contraire entre eux sur cette même surface. Ainsi, par exemple, pour les côtés rectilignes de l'orifice, les filets seraient dans des plans perpendiculaires à ces côtés, et, vers les angles dont le sommet représente un arc de cercle très-petit, les filets seraient très-convergens : or ces conséquences sont encore en opposition directe avec les faits.

144. L'examen attentif des mouvemens qui ont lieu à la surface de notre veine relative à l'orifice carré de 20 centimètres de côté, nous a appris, en effet, que tous les filets extérieurs appartenant aux côtés rectilignes de l'orifice convergent très-fortement entre eux, de manière à se réunir au filet qui répond au milieu de chaque côté et dont la direction est perpendiculaire à ce côté; tandis que les filets qui partent des angles de l'orifice, loin de converger, divergent au contraire, et divergent à tel point et de telle manière, qu'on serait volontiers tenté de croire que tous ceux qui forment chacune des nappes rentrantes de la veine extérieure sont issus du sommet correspondant de l'orifice. Mais, en y réfléchissant un peu, il est aisé d'apercevoir que l'effet doit être produit par les molécules qui, de l'intérieur de la veine, affluent par différens points sur la nappe rentrante dont il s'agit, en décrivant des lignes courbes qui ont cette même nappe pour limite ou enveloppe commune.

Il faut donc trouver d'autres motifs à la prépondérance ou à la plus grande efficacité des faisceaux de filets qui appartiennent aux angles saillans du périmètre de l'orifice, et on le peut, ce me semble, en considérant que les molécules qui, dans le plan de l'orifice, forment le noyau ou le centre de la

Digitized by Google

veine, proviennent principalement des parties du réservoir qui avoisinent le prolongement de l'axe horizontal de cet orifice, en décrivant ainsi des routes sensiblement parallèles à l'axe dont il s'agit ; tandis que les molécules qui appartiennent au surplus de l'aire de l'orifice proviennent de régions du réservoir d'autant plus éloignées de ce même axe, qu'elles appartiennent à des points situés à une plus grande distance de son centre, de telle sorte que non-seulement elles arrivent dans le plan de l'orifice sous des inclinaisons de plus en plus fortes par rapport à l'axe de la veine, mais encore elles y parviennent en plus grande abondance.

Par exemple, pour l'orifice carré que nous avons mis en expérience, la masse des molécules liquides qui répond à l'un quelconque des sommets doit être censée provenir essentiellement de l'angle trièdre tri-rectangle formé, intérieurement au réservoir, sur le prolongement des deux côtés adjacens à ce sommet et parallèlement à l'axe de l'orifice. Or, ce fait étant admis comme vrai, il est aisé d'expliquer les évidemens de la veine, ou le changement des saillans de l'orifice en rentrans. Considérant ensuite, avec M. Bidone, que les molécules liquides qui affluent en masse considérable et sous une grande inclinaison des parties saillantes de l'orifice, tendent à se rencontrer vers l'axe de la veine et à s'y comprimer réciproquement tout en en comprimant le noyau, on se rend compte en même temps de l'aplatissement et de l'extension considérables que prend cette veine dans le sens perpendiculaire aux côtés de l'orifice, &c.

145. Cette explication du renversement des nappes, à laquelle nous nous étions arrêtés dès nos premières expériences de 1827, est d'ailleurs, à peu de chose près, conforme à celle qu'on trouve dans l'article déjà cité du *Journal de Brugnatelli* (voyez la note des n°s 9 et 142 ci-dessus); et, selon ce que M. Félix Savart a bien voulu rapporter à l'un de nous,

Digitized by Google

une explication semblable aurait été aussi proposée par M. Ampère dans ses leçons de physique du collége de France. Enfin on peut voir, dans l'écrit intitulé *Recherches experimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*, que Venturi avait, de son côté, cherché à expliquer dès 1798, d'une manière plus ou moins satisfaisante, le phénomène du renversement, en observant que les distances les plus courtes du contour de l'orifice tendent à devenir les plus longues dans les sections de la veine prises parallèlement à ce contour, et *vice versâ*. Une telle rencontre doit paraître d'autant moins surprenante, que l'explication dont il s'agit se présente, pour ainsi dire, d'elle-même à l'examen des faits; et, quoiqu'il y ait un intervalle immense de là à une interprétation mathématique du phénomène, quoique de telles considérations laissent encore à l'esprit bien des doutes et des difficultés, nous n'avons pas cru entièrement inutile d'exposer le résultat de nos propres observations sur cette intéressante matière.

146. Quant à ce qui concerne les orifices dont les bords sont prolongés, vers l'intérieur du réservoir, par des faces plus ou moins allongées, il sera temps d'en parler quand nous en viendrons à exposer les résultats des expériences relatives à la dépense de semblables orifices. Nous ajouterons seulement, à l'égard des orifices rectangulaires en minces parois dont la largeur surpassait la hauteur, que le phénomène de l'inversion y était bien moins prononcé que pour l'orifice carré de 20 centimètres de côté, et d'autant moins que cette hauteur était plus faible : pour l'orifice d'un centimètre d'ouverture, entre autres, les évidemens des angles et la saillie des nappes ou gerbes verticales étaient à peine sensibles; ce qui provient, sans doute, de ce que la plus forte contraction tendait à se faire à une très-grande distance de l'orifice, et au-delà du point où la veine atteignait le fond du canal de décharge. Aussi cette veine présentait-elle l'apparence d'une

Digitized by Google

lame liquide très-mince, qui allait continuellement en se rétrécissant dans le sens horizontal et en s'épaississant dans le sens vertical; ce qui s'explique très-bien en observant que les faisceaux appartenant aux angles voisins du contour de l'orifice tendent naturellement ici à se réunir en un seul et même faisceau, dirigé dans le plan horizontal moyen de cet orifice.

147. En parlant ci-dessus de la veine sortant de l'orifice carré de 20 centimètres de côté, nous avons déjà observé que les filets liquides appartenant aux larges nappes issues de chacun des bords rectilignes convergent tous entre eux de manière à se réunir respectivement aux environs du plan vertical et du plan horizontal qui contiennent l'axe de l'orifice, et qu'ils forment ainsi les extrémités saillantes des nappes dirigées suivant ces plans; il résulte aussi des remarques du n° 144, que les filets des nappes rentrantes qui correspondent aux angles saillans de l'orifice vont, au contraire, en divergeant à partir de ces angles; enfin nous nous sommes assurés directement que les lignes de *striction* ou de rencontre de ces nappes et des précédentes, de même que les lignes d'intersection des nappes rentrantes et des plans diagonaux comprenant l'axe de l'orifice, sont décrites dans toute leur étendue par les mêmes molécules : il est donc facile de se former, à l'inspection du modèle en relief ou des projections horizontale et verticale de la veine rapportées planches 4 et 5, une idée à peu près exacte de la marche des filets sur les différentes nappes qui limitent extérieurement cette veine.

148. Chacune des nappes dont il s'agit formant d'ailleurs, lorsqu'aucune cause de trouble ne subsiste, soit au-dehors, soit au-dedans du réservoir, une surface parfaitement lisse et transparente où l'œil ne peut discerner aucun mouvement quelconque des molécules liquides, on a eu recours, pour rendre ce mouvement apparent, au procédé bien connu et qui consiste à projeter avec soin, à la surface libre de la veine,

Digitized by Google

des particules d'une poussière très-fine et très-légère ou un liquide coloré d'une densité à peu près égale à celle de l'eau : les traînées formées par ces poussières ou ce liquide ont été prises pour les routes mêmes des molécules de la veine. Ce moyen est, à la vérité, grossier, et peut aisément induire en erreur lorsqu'on l'applique mal; mais il suffisait pour l'objet que nous avions en vue.

Néanmoins il nous a été difficile d'étudier par ce procédé la marche des filets qui, sur la nappe correspondante au côté supérieur de l'orifice, partent des points voisins des angles : les poussières ou molécules liquides colorées, au lieu de demeurer sur ces nappes, se dirigeaient presque perpendiculairement vers les lignes de striction qui les limitent, et repassaient brusquement sur la nappe latérale, où elles étaient entraînées dans une direction très-différente de celle qu'elles suivaient d'abord. Mais, comme cet effet n'avait pas lieu pour des points situés à une distance de 1 ou 2 centimètres environ de chaque sommet de l'orifice, il y a lieu de présumer que l'entraînement des particules étrangères au dehors de la nappe supérieure de la veine était dû à l'action de leur poids et à leur inertie, dont les molécules propres de la veine n'avaient pas eu le temps de paralyser l'effet sur la petite longueur de chemin parcourue.

Ces observations sont bien imparfaites, sans doute; elles mériteraient d'être refaites sur de nouveaux frais et avec des moyens plus précis : car la question du mouvement des molécules liquides et de la forme des courbes qu'elles parcourent, soit à la surface, soit à l'intérieur de la veine, est de la plus grande importance dans l'état actuel d'imperfection de la théorie; et, si l'on parvenait à la résoudre, même grossièrement, par des observations directes et pour différens cas distincts, on mettrait les géomètres sur la voie de beaucoup de recherches utiles jusqu'ici inabordables.

Digitized by Google

Discussions relatives à la grandeur de la contraction effective des veines et aux théories qui s'y rapportent.

149. Le résultat auquel nous sommes arrivés au n° 124, pour le coefficient de la contraction effective et *maxima* de la veine, s'écarte tellement des notions ordinairement admises sur ce sujet, et présente une telle contradiction avec les résultats jusqu'ici obtenus par divers observateurs habiles, qu'il devient indispensable de nous arrêter quelques instans à l'examen des difficultés et des doutes auxquels il donne lieu, soit relativement aux théories proposées par divers auteurs sur le phénomène de la contraction des veines liquides, soit par rapport à l'exactitude de nos mesures géométriques.

En effet, le coefficient de la plus forte contraction effective de la veine (124) s'élevant dans l'orifice carré de 0,20 à 0,563 seulement, tandis que celui qu'on obtient de la comparaison des dépenses vraies et théoriques (tableaux I et IV) surpasse même 0,600 pour la charge correspondante de liquide dans le réservoir, il en résulte, suivant les notions ordinairement admises, que la vîtesse moyenne dans la section contractée, déduite du quotient de la dépense effective divisée par l'aire de cette section, excéderait presque de $\frac{37}{563}$ ou de $\frac{1}{15}$ environ la vîtesse due à la charge sur le centre de l'orifice : or cela répugne d'autant plus, que l'orifice est ici très-petit par rapport aux dimensions du réservoir, qu'il se trouve parfaitement dans les conditions ordinaires de la théorie, et que cette théorie ne tient pas compte de la résistance que les molécules liquides éprouvent à se mouvoir le long des parois du réservoir, ainsi que des diverses autres causes de déchet que peut éprouver leur vîtesse avant qu'elles arrivent à la section contractée. Mais, afin de bien faire connaître en quoi le résultat ci-dessus s'écarte des notions ordinairement admises, nous

Digitized by Google

croyons devoir rapporter et discuter brièvement les différentes données théoriques ou d'expérience concernant la contraction effective des veines liquides.

150. Jusqu'ici, en effet, la mesure directe de ces veines avait toujours conduit à un coefficient de contraction supérieur à celui que donne la comparaison des dépenses effectives et théoriques : Michelotti, en opérant sur de très-fortes charges dans le réservoir, l'a trouvé de 0,649 pour des orifices circulaires de 1, 2 et 3 pouces de diamètre (1); Venturi, pour une charge de 32,5 pouces et l'orifice de 18 lignes, a trouvé ce même coefficient égal à 0,64 environ (2). Bossut, en opérant également sur des charges comprises depuis 4 jusqu'à 9 pieds (3), est arrivé à des résultats encore plus forts que ceux qui précèdent ; car il a obtenu, pour le rapport des aires de la section contractée et de l'orifice, des valeurs comprises entre 0,660 et 0,667, quoique le diamètre des orifices ait varié depuis 6 lignes jusqu'à 3 pouces, et que le rapport des dépenses effectives et théoriques se soit rarement élevé jusqu'à 0,62. Bossut n'a fait d'ailleurs qu'une seule observation sur un orifice carré dont le côté était d'un pouce, et il a trouvé que la section contractée de la veine était un autre carré ayant un côté de $9^{lig},8$; ce qui supposerait le coefficient de contraction égal à 0,642 environ. Enfin M. Eytelwein (4) a trouvé, par des mesures répétées, que, pour un orifice circulaire de 33 millimètres environ de diamètre et sous une charge d'environ $0^{m},94$; le diamètre de la veine contractée était un peu moindre que 26 millimètres; ce qui s'accorde avec le résultat de Venturi, qui donne 0,64 au plus pour la valeur

(1) *Experimenti hydraulici*, 1767, page 37, note, et page 66.

(2) *Recherches expérimentales sur le principe de la communication latérale du mouvement dans les fluides*, pages 74 et 75.

(3) *Hydrodynamique*, IIe partie, chapitre III, nos 322 à 325.

(4) *Manuel d'hydraulique*, page 90.

Digitized by Google

du coefficient de la contraction effective, et se trouve également confirmé par une autre observation de Borda (*Mémoires de l'Académie royale des sciences*, 1766, page 587), qui a obtenu 0,646 seulement pour un orifice de 15 lignes de diamètre, sous une charge fort petite, à ce qu'il paraît, et qui a dû occasioner une augmentation de la contraction effective.

151. On remarquera que, dans cette dernière expérience et dans celles de Micheloiti, de Venturi et de M. Eytelwein, le jet était horizontal, tandis que, dans toutes celles de Bossut, au contraire, il était vertical : mais ce savant observe qu'ayant répété quelques-unes de ses expériences sur un jet horizontal, il avait obtenu les mêmes résultats. M. Bidone, dans son *Mémoire sur la détermination théorique de la section contractée des veines*, lu à l'Académie de Turin le 26 avril 1829, affirme (voyez l'article 9 de ce *Mémoire*) avoir plusieurs fois vérifié les résultats de Bossut sur la contraction des veines circulaires, et il le considère même comme un fait général et sans exception pour tous les orifices dont les dimensions sont très-petites par rapport à celles du réservoir et à la charge de liquide; mais nous ne saurions partager une telle opinion, quoique M. Bidone l'ait appuyée d'une théorie en apparence fort spécieuse, et de laquelle il résulterait que l'aire de la section contractée serait totalement indépendante de la vitesse propre des molécules ou de la charge dans le réservoir.

152. En effet, Bossut lui-même est loin de regarder ses déterminations du diamètre des veines comme d'une exactitude suffisante : car, en relevant avec un instrument aussi imparfait que l'est le compas sphérique, sans point d'appui et en quelque sorte au vol, la grandeur d'un seul diamètre d'une veine circulaire, il est facile de se tromper de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{2}$ ligne, puisqu'avec tous les moyens de précision qui ont été mis en usage dans le relevé des sections de notre veine jaillissant

Digitized by Google

de l'orifice carré de 20 centimètres de côté (120), on ne peut répondre, à un demi-millimètre près, de la position de chacun des points des profils voisins de l'orifice où les fluctuations étaient cependant imperceptibles; ce qui, en admettant la même cause d'erreur pour les côtés opposés de la veine, donnerait une erreur totale d'un millimètre ou de près d'une demi-ligne sur son épaisseur totale. Or une semblable indétermination dans le résultat des mesures, jointe à l'espèce d'incertitude qui règne sur la position de la section de plus forte contraction des veines circulaires, prouve qu'on doit peu compter sur l'exactitude des coefficiens obtenus à l'aide de moyens aussi imparfaits que ceux qui ont été employés par Bossut. Elle porte même à supposer que l'erreur serait plutôt en excès qu'en défaut, attendu qu'il est douteux que le contact immédiat ait été établi entre la surface des veines et les pointes du compas sphérique.

153. En insistant sur ce sujet, nous ne prétendons pas, au surplus, entreprendre de démontrer que le coefficient de la contraction effective doive être, ainsi que nous l'avons conclu de nos propres observations, inférieur à celui que donne la comparaison des dépenses, ni même qu'il doive lui demeurer constamment égal, selon les notions le plus communément admises. L'accord qui règne entre les résultats des habiles observateurs que nous venons de citer ne permet pas de douter, au contraire, que, pour les cas qu'ils ont soumis à l'expérience, le premier de ces coefficiens ne surpasse sensiblement le second; mais faut-il en conclure, avec M. Bidone, que le plus fort de ces résultats soit précisément le plus exact de tous, et doive être considéré comme la confirmation d'un fait général et constant, dérivant nécessairement des principes théoriques qu'il a mis en avant dans son mémoire? Nous ne le pensons pas, et voici sur quoi se fonde notre opinion :

Pour démontrer que l'aire de la section contractée est

Digitized by Google

exactement les $\frac{2}{3}$ de celle de l'orifice dans les cas précités, M. Bidone admet, sur le mouvement des molécules liquides dans le voisinage de cet orifice, des suppositions qui nous paraissent peu fondées en principe, si même elles ne sont erronées. D'abord il part d'une formule d'Euler (voyez l'article 1er de son mémoire) relative au mouvement permanent des fluides incompressibles et homogènes, dans laquelle il écrit que la pression reste constante pour chacun des points d'un même filet, et d'où il conclut que la vîtesse l'est aussi, attendu qu'on peut ici négliger l'action des forces accélératrices dans le très-petit intervalle considéré sur la veine, à partir de l'orifice. Or, en supposant que ce soit ici le cas d'appliquer la formule d'Euler, ce que nous ne pensons pas, il nous paraît encore peu exact d'admettre la constance de la pression pour toutes les positions occupées par une même molécule dans cette partie contractée de la veine.

La pression qui agit sur la surface extérieure du liquide est, à la vérité, constante pour tous les points et égale à la pression atmosphérique extérieure, et cette pression se transmet intégralement du dehors au dedans sans perdre de son intensité; mais, comme les différentes molécules parcourent, dans la partie contractée de la veine, des lignes dont la courbure plus ou moins prononcée varie d'un point à un autre, il en résulte que la pression absolue varie aussi, en chacun de ces points, en vertu de l'action de la force centrifuge qui anime toutes les molécules interposées entre celle que l'on considère et les molécules les plus voisines de la surface extérieure de la veine. Ainsi elle augmente de la circonférence au centre d'une même section transversale, et elle augmente pareillement depuis la section contractée, où la courbure des filets est censée nulle, jusqu'auprès de l'orifice où elle est à son *maximum*.

154. Quoique l'ignorance complète où nous sommes des véritables routes suivies par les molécules liquides à la sortie

Digitized by Google

du réservoir, et de leur vîtesse en chaque point de ces routes, empêche d'assigner la loi de cette augmentation de pression, on ne peut cependant la révoquer en doute; mais s'ensuit-il que la vîtesse elle-même doive varier d'une section à l'autre de la veine, et être précisément la plus grande là où la pression due à la force centrifuge est la plus faible? Voilà ce qu'il n'est pas possible de décider *à priori* et sans des expériences spéciales : ce qu'il y a seulement de certain, c'est que, dans le cas des orifices en mince paroi plane et très-petits par rapport aux sections du vase, l'excès de la pression intérieure sur la pression atmosphérique paraît devoir différer très-peu de la pression qui répond à la charge entière de liquide, pour tous les points du réservoir qui avoisinent immédiatement l'orifice, de sorte qu'il faut bien aussi que cet excès de pression varie pour tous ceux qui se trouvent compris depuis l'orifice jusqu'à la section contractée où il est nécessairement nul.

M. Rudberg, savant professeur à l'université de Stockholm, nous a fait part, à ce sujet, lors de son passage à Metz en 1826, du résultat de quelques expériences spéciales de M. Lagerhjelm qui semblent établir ce fait, et qu'il a eu occasion de répéter à Paris en présence de plusieurs des membres de l'Académie royale des sciences, notamment de M. Ampère. En plongeant verticalement, au-dessus d'un orifice circulaire pratiqué dans la face plane et horizontale d'un réservoir très-grand par rapport aux dimensions propres de cet orifice, un tube de verre ouvert par les deux bouts, et de manière que son extrémité inférieure se trouve située à une petite distance en deçà ou au-delà du centre de l'orifice, on voit constamment le liquide s'élever verticalement dans le tube jusqu'auprès du niveau supérieur dans le vase, et se maintenir sensiblement à cette hauteur tant que l'extrémité inférieure dont il s'agit ne dépasse pas d'une quantité notable le bord intérieur de l'orifice. M. Rudberg a même essayé d'établir, sur ce principe et

Digitized by Google

en mettant en équilibre l'action de la gravité et celle de la force centrifuge en chaque point de la veine extérieure, une théorie du phénomène de la contraction qui ne paraît pas dénuée de toute espèce de fondement, et qui est au moins aussi plausible que celle qui a été proposée en dernier lieu par M. Bidone.

155. Dans le fait, de ces deux hypothèses, l'une qui suppose la pression intérieure constamment égale à celle de l'atmosphère dans toute la partie contractée de la veine, l'autre qui la suppose de beaucoup supérieure à cette pression à compter de l'orifice, aucune sans doute n'est à adopter exclusivement; et l'on doit se borner, en attendant de nouvelles expériences, à admettre que, dans l'étendue très-petite considérée, la pression et la vîtesse varient en chaque point d'une manière plus ou moins sensible, selon la position de ce point par rapport à la paroi du réservoir et à l'axe de la veine.

Pour en revenir maintenant à la démonstration de M. Bidone, nous ferons remarquer que la formule d'Euler sur laquelle il s'appuie n'est autre que celle qu'on déduit de l'hypothèse du parallélisme des tranches ou du mouvement par filets considérés comme autant de tuyaux distincts et indépendans. Or la première de ces hypothèses ne peut évidemment s'appliquer au cas actuel où il s'agit du mouvement très-convergent des molécules liquides au sortir du réservoir, et la seconde ne paraît pas devoir l'être davantage, même dans la supposition du mouvement permanent, puisqu'on n'y tient pas compte de la réaction qui provient de la force centrifuge dont sont animées les molécules des filets voisins de celui que l'on considère; action variable d'un point à l'autre de ces filets, et qui, étant tout-à-fait indépendante des forces accélératrices ou motrices qui animent les molécules liquides, paraît devoir exercer une influence quelconque sur l'état du mouvement aux environs de l'orifice où la force centrifuge acquiert une valeur très-grande.

Digitized by Google

156. Quant à la direction même que prennent les filets liquides en cet endroit, on peut admettre différentes hypothèses qui toutes conduisent à des résultats plus ou moins approchés des effets naturels : celle qu'adopte M. Bidone, dans son mémoire cité, en s'appuyant sur les résultats d'un ouvrage italien de Venturoli qui nous est tout-à-fait inconnu (1), peut être vraie dans le cas des orifices circulaires, sans que, pour cela, les conséquences qu'il en déduit relativement à la grandeur absolue de la contraction deviennent plus rigoureuses ou soient mieux établies.

Cette hypothèse consiste (voyez les § 9 et 10 du mémoire de M. Bidone) en ce que, pour tous les points de la surface de la demi-sphère intérieure au réservoir dont l'orifice serait un des grands cercles, la vîtesse absolue des molécules est la même que dans la section contractée de la veine et dirigée constamment vers le centre de l'orifice. En prenant cette proposition à la lettre, il en résulte *à priori*, et sans qu'il soit nécessaire de recourir au calcul, que la dépense effective doit être mesurée par le produit de la vîtesse constante et de la surface de la demi-sphère dont il s'agit; et comme elle a aussi pour valeur le produit de cette même vîtesse par l'aire de la section contractée, cette dernière aire doit être égale à celle de la demi-sphère ou le double de celle de l'orifice, résultat absurde et d'ailleurs contradictoire avec celui de M. Bidone, parce que ce géomètre fait, dans l'application de la proposition de Venturoli, des suppositions qui en altèrent le sens et en rectifient les conséquences.

Au surplus, M. Navier, en admettant comme pure hypothèse la constance de la vîtesse dans toute la partie contractée de la veine, et en faisant en outre, sur la direction des filets

(1) *Ricerche geometriche ed idrometriche fatte nella scuola degli ingegneri pontificii d'acque e strade, l'anno 1821* Milano, 1822.

Digitized by Google

fluides qui rencontrent le plan de l'orifice, des suppositions qui paraissent tout aussi admissibles que celles de M. Bidone; M. Navier, dis-je, était déjà parvenu, dans ses *Leçons lithographiées de l'Ecole des ponts et chaussées* de 1829, à une valeur du coefficient de la contraction effective exprimée par la fraction $\frac{5}{8} = 0,637$, moindre que celle qui a été trouvée par M. Bidone, et qui s'accorde presque rigoureusement avec les résultats obtenus par Venturi, Borda et Eytelwein (150) : or nous ne voyons pas, au fond, qu'il y ait aucun motif de préférer la théorie de M. Bidone à celle de M. Navier.

157. D'après ces réflexions relatives aux orifices circulaires, il est, je pense, inutile d'insister sur ce qui concerne les orifices carrés, pour lesquels les suppositions de M. Bidone deviennent purement gratuites; mais nous ne pouvons nous empêcher de faire remarquer encore qu'en admettant comme un fait rigoureusement établi pour les petits orifices, que la vîtesse est la même dans tous les points de la section contractée et que l'aire de cette section est les $\frac{5}{8}$ de celle de l'orifice, ce géomètre est forcément conduit à cette autre conséquence, que la vîtesse moyenne conclue de la dépense effective est inférieure à celle qui répond à la charge génératrice, dans le rapport de l'unité à $\frac{3}{2} \times 0,61 = 0,915$ (voyez le § 17 de son mémoire), et que cette diminution énorme de la vîtesse moyenne est occasionée par les résistances que le liquide éprouve de la part de l'air extérieur et des parois du vase qui avoisinent l'orifice. Or il est impossible d'admettre une pareille conclusion qui tendrait à faire supposer que la force vive ou la charge génératrice de liquide a été diminuée, par l'effet des résistances, dans le rapport de 1 à 0,84 au moins, et elle se trouve d'ailleurs en contradiction manifeste avec le résultat incontestable de nombreuses expériences qui ont démontré, notamment pour les orifices circulaires en minces parois, que la veine est susceptible de rejaillir verticalement

Digitized by Google

à une hauteur qui diffère très-peu de celle de la charge génératrice correspondante dans le réservoir.

Bossut, qui a trouvé pour la contraction effective de ses veines des résultats qui s'accordent avec ceux des calculs hypothétiques de M. Bidone, s'est pourtant bien gardé d'en tirer les mêmes conséquences relativement à la diminution de la vîtesse de sortie du fluide. Il observe, au contraire, que cette vîtesse diffère extrêmement peu de celle que donne la formule de Toricelli, et il suppose seulement (*Hydrodynamique*, tome II, § 362) que le frottement des bords de l'orifice a pu altérer le mouvement des particules qui contribuent le plus à contracter la veine, de manière à augmenter un peu les dimensions transversales de celle-ci; mais cette raison-là même ne lui semble pas une justification suffisante de la grandeur du coefficient de contraction déduit de ses mesures géométriques.

158. Comme on ne saurait néanmoins révoquer en doute que ce coefficient, pour les orifices circulaires très-petits par rapport aux dimensions transversales du réservoir, ne surpasse d'une manière notable celui que l'on déduit de la comparaison des dépenses, et qu'il est impossible d'expliquer une pareille différence par une diminution équivalente de la force vive de sortie du liquide, on est conduit à rechercher l'explication du fait, pour le cas dont il s'agit, dans la nature même du mouvement dont sont animées les molécules dans la section contractée. S'il était vrai, en effet, comme le suppose M. Bidone, que la vîtesse fût exactement la même pour tous les points de cette section, on serait forcé d'admettre aussi une diminution générale de cette vîtesse, par rapport à celle qui répond à la charge génératrice dans le réservoir; mais, puisque l'expérience des jets d'eau ne la justifie pas, on doit aussi rejeter comme inexacte l'hypothèse des vîtesses égales.

Digitized by Google

A la rigueur, on pourrait admettre que, pour les orifices circulaires, les molécules décrivent, près de la section contractée, des chemins qui sont sensiblement parallèles au filet central de la veine; mais, comme le fait n'est pas bien démontré et qu'il n'a évidemment pas lieu pour les orifices carrés et rectangulaires, il convient de se renfermer dans la supposition générale où la vîtesse varie à-la-fois en grandeur et en direction en chacun des points de la section dont il s'agit, et de rechercher l'influence de cette variation sur la force vive totale et effective du liquide comparée à la force vive qui correspond à la vîtesse moyenne déduite, à la manière ordinaire, du quotient de la dépense par l'aire de la section contractée. Seulement, comme, en vertu des forces d'adhésion qui unissent entre elles les molécules voisines, soit dans l'intérieur, soit au-dehors du réservoir, les vîtesses dans la section contractée de la veine, estimées parallèlement à l'axe de cette veine, ne sauraient beaucoup différer entre elles et encore moins de leur valeur moyenne, nous pourrons négliger sans inconvénient les puissances supérieures de la différence de ces vîtesses.

159. Cela posé, soit v la vîtesse effective des molécules qui traversent un élément superficiel quelconque $d\omega$ de la section plane contractée, dont l'aire totale sera représentée par ω; soit α l'angle que la direction de cette vîtesse fait avec l'axe de la veine ou la perpendiculaire à cette section; enfin ρ la densité et u la vîtesse *moyenne* du liquide, qui, selon la définition ordinaire, doit être telle, qu'étant multipliée par l'aire totale ω de la section contractée, elle redonne la dépense effective. Décomposons la vîtesse v en deux autres, l'une $v \cos \alpha = u$, perpendiculaire au plan de la section contractée, et l'autre $v \sin \alpha = w$, suivant la direction même de ce plan; $d\omega . v \cos \alpha = u . d\omega$ sera le volume de liquide qui s'écoule, dans l'unité de temps, par l'aire $d\omega$, et l'inté-

Digitized by Google

grale $\int v\cos\alpha\, d\omega$ ou $\int u d\omega$, prise dans toute l'étendue de ω, sera la quantité réelle de liquide écoulé pendant cette même unité de temps. On aura donc

$$\omega \mathrm{U} = \int_\omega^{\mathrm{U}} v\cos\alpha\, d\omega = \int_\omega^{\mathrm{U}} u d\omega, \text{ ou } \mathrm{U} = \int_\omega^{\mathrm{U}} \frac{v\cos\alpha d\omega}{\omega} = \int_\omega^{\mathrm{U}} \frac{u d\omega}{\omega},$$

conformément à la définition de la vîtesse moyenne.

D'un autre côté, la masse de liquide correspondante à $d\omega$ est $\rho u d\omega$; donc l'expression de la force vive totale et effective de cette masse est

$$\rho \int_\omega^{\mathrm{U}} u d\omega . v^2 = \rho\left(\int_\omega^{\mathrm{U}} u^3 d\omega + \int_\omega^{\mathrm{U}} u w^2 d\omega\right),$$

puisque $v^2 = u^2 + w^2$.

Nommant donc $\varepsilon\mathrm{U}$ la quantité, positive ou négative, dont la vîtesse relative $u = v\cos\alpha$ d'un filet fluide quelconque diffère de la vîtesse moyenne U, de sorte qu'on ait $u = \mathrm{U}(1+\varepsilon)$, ε étant une quantité variable, fonction des indéterminées qui fixent la position de $d\omega$, et qui est censée une très-petite fraction de l'unité pour tous les points de la section ω, on aura

$$\int_\omega^{\mathrm{U}} u^3 d\omega = \mathrm{U}^3 \int_\omega^{\mathrm{U}} (1+\varepsilon)^3 d\omega = \omega\mathrm{U}^3 + 3\mathrm{U}^3 \int_\omega^{\mathrm{U}} (\varepsilon + \varepsilon^2) d\omega,$$

en négligeant seulement le cube de ε.

Mais on a, entre les mêmes limites d'intégration,

$$\omega\mathrm{U} = \int u d\omega = \mathrm{U}\omega + \int \varepsilon d\omega;$$

donc

$$\int \varepsilon d\omega = 0,$$

et

$$\int_\omega^{\mathrm{U}} u^3 d\omega = \omega\mathrm{U}^3 + 3\mathrm{U}^3 \int_\omega^{\mathrm{U}} \varepsilon^2 d\omega.$$

Digitized by Google

Donc enfin on a aussi, à très-peu de chose près, pour la force vive totale du liquide écoulé pendant l'unité de temps,

$$\rho\int_{\omega}^{\circ} u d\omega . v^2 = \rho\omega U^3 + 3\rho U^3 \int_{\omega}^{\circ} \varepsilon^2 d\omega + \rho \int_{\omega}^{\circ} u w^2 d\omega,$$

expression dans laquelle $\rho\omega U^3$ est évidemment la force vive relative à la vîtesse moyenne, telle qu'on l'obtiendrait en supposant les différentes molécules animées de cette vîtesse perpendiculairement au plan de la section contractée.

L'intégrale $\int_{\omega}^{\circ} \varepsilon^2 d\omega$ étant essentiellement positive, quel que soit le signe de ε pour les différens filets, et la même chose ayant lieu à l'égard du dernier terme de l'intégrale ci-dessus, qui exprime la somme des forces vives dues aux mouvemens relatifs des molécules dans le sens du plan de la section contractée, on voit que la force vive réelle surpasse nécessairement la force vive déduite de la considération de la vîtesse moyenne, toutes les fois que les vîtesses effectives ne sont pas toutes égales et parallèles à l'axe de la veine ou au filet central. Il résulte de là aussi que les molécules d'une telle veine peuvent remonter verticalement jusqu'au niveau supérieur de l'eau dans le réservoir, quoique la vîtesse moyenne dans la section contractée soit inférieure à celle qui répond à la hauteur de la charge génératrice, et cela sans qu'il soit même nécessaire d'admettre aucun déchet de la vîtesse ou de la force vive réelle du liquide, par suite des résistances qu'il éprouve à se mouvoir en dedans ou en dehors du réservoir (1).

160. Maintenant revenons au cas de notre appareil, et observons que la considération de la divergence et de l'iné-

(1) J'ai déjà eu l'occasion de présenter ces mêmes considérations dans mes leçons de mars 1828, faites à l'école d'artillerie et du génie de Metz, sur les *lois de l'écoulement des fluides*, et je m'en suis servi pour expliquer les difficultés que présente, dans son application, le principe des forces vives quand on admet l'hypothèse du parallélisme des tranches dans certaines sections d'un vase où les vîtesses sont essentiellement différentes.

Digitized by Google

galité des mouvemens des molécules qui traversent la section contractée de la veine, bien loin de suffire pour expliquer la différence entre le coefficient de la dépense et celui de la contraction effective, ne fait qu'accroître, au contraire, la difficulté de l'interprétation de cette différence. Car ici nous avons trouvé (149) que la vîtesse moyenne déduite de la dépense, au lieu d'être inférieure à la vîtesse moyenne donnée par les formules, la surpasse dans le rapport de 600 à 563; ce qui, d'après la manière ordinaire d'envisager les choses, supposerait déjà un excès de force vive réelle égal aux 0,12 environ de celle qui répond à la charge génératrice moyenne dans le réservoir. Et comme, en vertu du principe qui vient d'être établi, la force vive totale des molécules qui traversent la section contractée de la veine, surpasse nécessairement celle qui se conclut de la vîtesse moyenne ou du quotient de la dépense effective par l'aire de la section dont il s'agit, on voit que la différence entre les résultats de l'expérience et des formules en usage doit être plus grande encore. Une telle différence ne paraît guère susceptible d'être justifiée par des considérations *à priori*, ou uniquement fondées sur l'état et les circonstances particulières du mouvement dans le cas de notre appareil.

161. En effet, nous ne voyons que deux causes qui aient pu ici contribuer, plus ou moins, à faire croître la force vive du liquide au-delà de la valeur que lui assignent les formules qui ont servi de base à la composition de nos tables. La première est l'abaissement de l'axe de la veine ou du centre de gravité de la section contractée au-dessous du centre de gravité de l'orifice. Cet abaissement, calculé d'après la trajectoire du filet central, est de $0^m,0134$ pour la charge moyenne de $1^m,68$ de liquide; mais, dans la réalité, l'abaissement du centre de la section contractée est un peu plus grand, comme on peut le voir à l'inspection seule du profil de cette section

Digitized by Google

(*planche 4*), et il diffère très-peu de 2 centimètres ou de $\frac{2}{168} = \frac{1}{84} = 0{,}012$ seulement de la charge moyenne sur le centre de l'orifice (voyez la note du n° 163 ci-après).

La seconde cause peut être due à la vîtesse que possède l'eau à son arrivée dans le bassin qui contient l'orifice, et spécialement dans la section qui correspond à la position de la tige qui sert à relever les hauteurs du niveau (75 et suiv.); mais cette circonstance ne peut avoir qu'une influence très-faible dans le cas actuel, et tout-à-fait négligeable si l'on admet que la section dont il s'agit soit *vive* en tous ses points, c'est-à-dire, si l'on admet que la vîtesse y soit partout la même, à peu de chose près. En effet, on trouve, dans cette hypothèse, que la force vive d'arrivée du liquide doit être au plus les 0,000007 de celle qu'il acquiert à sa sortie de l'orifice.

162. Si, au contraire, on admet que la vîtesse d'arrivée de l'eau ne soit pas égale dans tous les points, alors on en conclura, en vertu du principe du n° 159, que sa force vive peut être une fraction notable de celle qui est due théoriquement à la charge génératrice dans le réservoir; et comme, d'après un autre principe bien connu, ces deux forces vives doivent s'ajouter entre elles pour composer la force vive réelle du liquide à la sortie de l'orifice, cela suffirait seul pour expliquer l'excès de cette dernière force vive sur celle qui répond à la charge génératrice effective au-dessus du centre de l'orifice. Dans le fait, nous n'avons nullement remarqué, lors de nos expériences, que l'eau se mût avec une vîtesse appréciable dans certaines régions du réservoir, pas même dans la direction de l'axe de l'orifice, et l'inégalité de vîtesse qu'il nous faudrait ici admettre entre les molécules et pour les dispositions adoptées, serait en contradiction manifeste avec le résultat de toutes les expériences connues. Nous ne saurions donc attribuer à une semblable cause l'excès de

Digitized by Google

la vîtesse moyenne observée sur celle qui est due à la charge effective dans le réservoir, d'autant plus que la force vive qui se conclut de la première vîtesse est nécessairement au-dessous de la véritable, conformément à la démonstration générale que nous en avons donnée ci-dessus (159).

163. Quels que soient, au surplus, les soins apportés aux opérations concernant le relevé géométrique de la veine, nous ne prétendons pas soutenir qu'on doive le considérer comme absolument exempt d'erreurs : l'inspection de la dernière colonne de droite du tableau du n° 123 semblait même prouver que le coefficient de la plus forte contraction se trouve estimé un peu au-dessous de sa véritable valeur; car, si l'on prend la peine de tracer une courbe qui ait pour abscisses la distance de chaque section au plan de l'orifice, et pour ordonnées correspondantes des longueurs proportionnelles aux coefficiens de contraction indiqués dans la table, on verra que cette courbe est loin d'offrir un cours régulier, surtout aux environs du point qui répond à la plus petite valeur du coefficient (1). Mais, si l'on essaie de tracer une ligne continue à travers tous ces points, en faisant abstraction de celui dont il s'agit, on trouvera que cette ligne assigne au coefficient *minimum*

(1) Cette circonstance et les différentes réflexions qui précèdent nous ont portés à refaire, avec plus de soin et d'attention encore que nous n'en avions mis lors de la formation du tableau du n° 123, le calcul de l'aire de la section verticale située à 30 centimètres de l'orifice, et nous l'avons trouvée, à deux reprises différentes, de 226,925 centimètres carrés en employant la méthode directe des trapèzes, et de 226,848 centimètres carrés en employant celle de Simpson. Ces nombres diffèrent extrêmement peu entre eux, parce que les contours des profils ont ici une très-faible courbure : mais ils surpassent un peu la valeur de 225,06 centimètres carrés trouvée primitivement; et, en adoptant le second d'entre eux comme le plus exact, on trouve pour coefficient de la plus forte contraction 226,848/400 = 0,567, qui diffère peu de celui qui est porté à la dernière colonne de droite du tableau.

Nous avons aussi voulu calculer directement la dépense de liquide, en supposant chaque tranche horizontale d'un centimètre de hauteur, dans la section contractée, animée de la vitesse due à la charge effective au-dessus de son centre, et nous avons trouvé pour résultat 130,914 litres, tandis que la dépense véritable est 137,778 litres ou d'environ 1/20 plus forte. Cette circonstance, attendu la divergence des filets fluides dans la section contractée, tendrait

Digitized by Google

une valeur qui ne saurait être au-dessus de 0,585, et par suite de laquelle la force vive effective du liquide excéderait encore des 0,05 au moins de sa valeu celle qu'on déduirait de la vîtesse moyenne qu'indique la théorie.

164. Quoique le fait d'une aussi grande contraction de la veine que celle à laquelle nous ont conduits nos opérations, ne permette point ici une explication satisfaisante, nous n'en devons pas moins l'admettre quant à présent ; et cela d'autant plus, qu'il n'est nullement en contradiction avec les résultats obtenus par M. Brunnaci, pour la contraction effective d'une veine sortant d'un orifice circulaire vertical de $0^m,296$ de diamètre (voyez l'ouvrage de Brugnatelli déjà cité aux n°s 9 et 142).

D'après ces résultats, déduits de mesures géométriques susceptibles d'un degré de précision suffisant, les rapports de l'aire de la section de la veine à l'aire de l'orifice seraient respectivement 0,625, 0,608, 0,602, 0,6003, 0,600, 0,576, aux distances de 10, de 20, de 30, de 40, de 50, de 80 centimètres de cet orifice ; de sorte qu'à celle de 30 à 40 centimètres où la convergence des filets liquides paraît avoir atteint sa limite, du moins abstraction faite de l'action de la

---

à faire admettre *à fortiori*, ou que la vîtesse, dans le sens perpendiculaire aux tranches, est plus grande que celle qui est due à la charge correspondante de liquide dans le réservoir, ou que l'aire de la section dont il s'agit se trouverait être elle-même un peu au-dessous de la véritable. Nous ne pouvons nous empêcher de remarquer encore, à ce dernier sujet, qu'on mettrait tous les résultats à peu près d'accord, en supposant que les guides horizontaux, ou les châssis auxquels (n°s 118 et suiv.) on rapportait la position des différens points du profil de la veine, eussent éprouvé, à la distance de 30 centimètres de l'orifice et dans le sens horizontal, un déplacement général d'environ 5 millimètres, en vertu duquel on aurait mal jugé la position de l'axe de symétrie de la section contractée. Cette supposition répugne d'autant moins, qu'il devait être difficile de bien fixer les guides dont il s'agit, et de repérer la position de leurs extrémités par rapport à l'axe de l'orifice. Avant donc de prononcer en dernier ressort sur les difficultés que fait naître la grandeur de la contraction effective pour le cas de notre appareil, il sera nécessaire de vérifier avec le plus grand soin les opérations qui l'ont donnée. D'ailleurs, en calculant, d'après la théorie des momens, la position du centre de gravité de la section contractée de notre veine, nous avons trouvé qu'il était réellement abaissé de 1,92 centimètre au-dessous de l'axe de l'orifice, au lieu de 1,34 centimètre que donne (161) le calcul de la trajectoire centrale relative à la vîtesse moyenne.

Digitized by Google

gravité qui tend continuellement à diminuer l'aire des sections; à cette distance, dis-je, le coefficient de la contraction effective s'éleverait au plus à 0,602. Malheureusement Brunnaci ne paraît pas avoir fait d'expériences spéciales dans la vue de constater la dépense effective de l'orifice dont il s'agit; mais, comme cet orifice est circulaire et que la charge sous laquelle on a opéré était médiocre, il y a tout lieu de croire, d'après nos propres résultats et ceux des divers autres expérimentateurs, que le coefficient déduit de cette dépense se fût plutôt élevé au-dessus qu'au-dessous de cette valeur.

Dans tous les cas, le résultat des mesures géométriques de Brunnaci diffère trop de ceux de Bossut, de Michelotti, &c. (150), pour qu'on puisse se refuser à admettre une augmentation très-sensible de la contraction effective des veines des grands orifices par rapport à celles des petits, conformément aux résultats de nos propres expériences.

165. Concluons des rapprochemens et des discussions qui précèdent, que les principes théoriques et les hypothèses qui ont jusqu'ici servi de base à l'établissement des formules qui donnent la dépense et la vîtesse moyenne au sortir des orifices verticaux à grandes dimensions, sont loin d'être aussi satisfaisans qu'on pourrait le désirer; et qu'en particulier les idées qu'on se forme du mouvement des molécules liquides au sortir du réservoir ou dans la section contractée, et la supposition du parallélisme des tranches dans cette section ainsi que dans l'intérieur du réservoir, enfin la substitution de l'orifice à la section contractée, ne peuvent être admises que comme des moyens commodes, mais en eux-mêmes peu rigoureux, de parvenir à la solution des questions usuelles de l'hydrodynamique, ainsi que le savent très-bien d'ailleurs tous ceux qui ont médité sur la matière.

Quant à l'hypothèse du mouvement par filets distincts ou indépendans, telle que l'a proposée, en premier lieu, le

Digitized by Google

célèbre Borda dans son mémoire inséré parmi ceux de l'*Académie royale des sciences* pour l'année 1766, elle ne nous paraît pas mieux fondée en principe que celle du parallélisme des tranches, et de plus elle ne conduit au but qu'à l'aide de suppositions équivalentes.

Pour résoudre d'une manière un tant soit peu rigoureuse la question de l'écoulement des fluides dans le cas des grands orifices verticaux, même en admettant la supposition que le mouvement se fait par filets considérés comme autant de tuyaux indépendans, et en renonçant à tenir compte des effets de la force centrifuge dans les divers points de ces filets (153), il faudrait connaître *à priori*, ou par des expériences spéciales, l'état véritable du mouvement dans la première et la dernière section de la masse qu'il s'agit de considérer, c'est-à-dire, la loi qui existe entre la pression, la direction et l'intensité du mouvement en chacun des points de ces sections. Or on ne peut espérer de découvrir cette loi, si ce n'est pour quelques cas très-particuliers, par des moyens d'investigation aussi imparfaits que ceux que nous possédons jusqu'à présent, et sa connaissance exacte suppose en elle-même la découverte des lois les plus générales du mouvement des fluides.

Sur la loi des dépressions moyennes dans le plan des orifices en déversoir.

166. Nous avons fait connaître incidentellement (137) la relation très-simple qui, pour le cas de notre déversoir rectangulaire de 20 centimètres de largeur, lie entre elles les charges totales de liquide h et les dépressions moyennes correspondantes h'; mais il convient ici d'entrer dans quelques développemens qui mettent à même d'apprécier le degré d'exactitude de cette relation, et l'étendue de son application à des cas différens de celui que nous avons envisagé. On

Digitized by Google

remarquera, en effet, que la recherche du rapport entre les charges totales et moyennes de liquide a excité l'attention de plusieurs géomètres ou expérimentateurs habiles (9), qui tous, à compter de Dubuat, sont parvenus à des résultats fort différens. C'est d'ailleurs en soi une question utile que celle de déterminer la *dépression moyenne* quand on a la charge totale, et réciproquement; car il peut arriver qu'ayant à calculer la dépense d'un déversoir, on éprouve moins de difficulté à mesurer la charge moyenne dans le plan même de l'orifice, que la charge complète à une certaine distance en amont ou sur les côtés.

Observons, à ce sujet, que, d'après le résultat de nos propres mesures, il paraît que la charge moyenne dont il s'agit diffère généralement fort peu de celle qui répond naturellement au milieu de la largeur de l'orifice; de sorte que, quand on sera à même de relever aisément la position de la surface supérieure du liquide en ce point, on en conclura sur-le-champ la charge totale correspondante, sans être, pour cela, obligé de relever à-la-fois tous les points du profil qui sont compris dans le plan de l'orifice (112). Cette méthode ne conduira jamais à des erreurs appréciables, quand l'épaisseur de la nappe sera un peu forte : dans notre cas, par exemple, on trouve que, pour les charges totales de 180,3, 131,4, 72,2 et 29 millimètres, les épaisseurs effectives de la nappe liquide, prises au milieu de l'orifice et dans son plan, ont pour valeurs respectives 164,4, 117,6, 62,1 et 23,2 millimètres (voyez la *planche 6*), tandis que l'épaisseur moyenne conclue de l'aire entière de la section est, dans les mêmes circonstances (136), de 164,4, 117,7, 62,2 et 22,6 millimètres, quantités qui diffèrent extrêmement peu des précédentes, sauf la dernière 22,6 qui est surpassée par sa correspondante 23,2 d'environ $\frac{1}{38}$ de sa valeur totale.

167. Revenons à la relation du n° 137. En traçant la

Digitized by Google

courbe d'interpolation dont il y est fait mention, on obtient, pour les données du tableau du n° 136, une branche de courbe qui va continuellement en s'approchant de l'axe des abscisses ou des rapports $\frac{h}{\varpi}$, et qui paraît devoir se confondre sensiblement avec celle d'une hyperbole qui aurait une parallèle à cet axe pour asymptote; ce qui doit être, puisqu'en supposant la charge moyenne dans le plan de l'orifice tout-à-fait nulle, la charge totale h doit conserver encore une valeur sensible due à l'action capillaire de la paroi, qui tend à maintenir le niveau général dans le réservoir à une hauteur supérieure à celle du fond de l'orifice, sans que, pour cela, l'écoulement ait lieu.

Considérant ensuite que les valeurs du rapport $\frac{h}{\varpi}$ ne sauraient jamais être moindres que l'unité, et qu'elles peuvent néanmoins en approcher indéfiniment, comme le prouve l'inspection de la table du n° 136, on est conduit à admettre pour la courbe une seconde asymptote répondant à la valeur 1 de l'abscisse; ce qui lui donne la forme d'une hyperbole équilatère dans laquelle le produit des abscisses $\frac{h}{\varpi}$ diminuées d'une unité, et des ordonnées h' diminuées d'une certaine quantité constante, doit être invariable pour tous les points de la courbe. En effet, en prenant pour cette dernière quantité 1,8 millimètre, on trouve que les produits dont il s'agit diffèrent généralement très-peu de leur valeur moyenne; rejetant d'ailleurs les données qui répondent à la 6ᵉ expérience de la table citée, lesquelles fournissent un produit beaucoup trop faible et n'ont point été conclues de mesures directes, on trouve que la valeur moyenne de ces produits diffère en général fort peu de 1,319.

C'est par ces considérations très-simples que M. Lesbros est parvenu à établir la relation $(\frac{h}{\varpi} - 1)(h' - 1,8) = 1,319$, dans laquelle on prend le millimètre pour unité, et qui offre ce caractère particulier, qu'elle satisfait pleinement aux deux

Digitized by Google

limites du phénomène, c'est-à-dire, au cas où la charge totale de liquide est infinie, et à celui où elle ne suffit plus pour produire l'écoulement ou pour vaincre les forces d'adhésion qui retiennent ce liquide contre la paroi inférieure de l'orifice.

En effet, en faisant dans la formule ci-dessus o ou $h - h' = 0$, ce qui répond à la limite inférieure des charges, elle donne évidemment $h' - 1,8 = 0$, ou $h' = 1,8 = h$, puisque la dépression est alors égale à la charge entière : or ce résultat s'écarte peu de la hauteur à laquelle le niveau général dans le réservoir peut se maintenir en équilibre au-dessus du bord inférieur de l'orifice, en vertu de l'action capillaire de sa paroi (1).

168. De plus, la relation dont il s'agit fournit, pour le rapport $\frac{h}{o}$ de la charge totale à la charge moyenne, des valeurs qui diffèrent extrêmement peu de celles de la table du n° 136. Pour s'en convaincre, il suffira de résoudre cette équation par rapport à h ou à o, en ayant soin d'adopter des signes convenables pour les radicaux. Mais, pour la commodité des notations, nous remplacerons la charge totale h par H, la charge moyenne o par h, et, en observant que $h' = \text{H} - h$, l'équation dont il s'agit deviendra

$$(\text{H} - h)(\text{H} - h - 1,8) = 1,319\,h;$$

d'où l'on tire, pour les valeurs de H et h satisfaisant aux expériences,

$$\text{H} = h + 0,9 + \sqrt{1,319\,h + 0,81},$$

$$h = \text{H} - 0,2405 - \sqrt{1,319\,\text{H} + 0,05784}.$$

(1) En vérifiant la hauteur du bord inférieur de l'orifice, au moyen de l'eau du réservoir, on a eu plusieurs fois l'occasion de mesurer la charge totale h correspondante à l'instant dont il s'agit; on l'a trouvée, tantôt de 1,5, tantôt de 2 millimètres, et c'est ce qui a déterminé à prendre la moyenne 1,8.

Digitized by Google

En calculant, par exemple, au moyen de la seconde de ces formules, les valeurs des charges moyennes correspondantes aux charges totales des expériences 2, 3, 5 et 7 de la table, on trouvera que ces charges ne diffèrent pas généralement de celles obtenues par les mesures directes de $\frac{1}{400}$ de la valeur de la charge totale correspondante.

Quant aux expériences 1, 4 et 6, la formule donne des charges moyennes qui sont toutes un peu moindres que leurs correspondantes dans la table; ce qui n'a rien d'étonnant d'après la remarque de l'article 137. La différence est d'ailleurs plus forte pour le n° 4 que pour le n° 1, et plus forte pour le n° 6 que pour le n° 4; ce qui s'explique encore (138) d'après la nature de l'opération qui a servi à déterminer les charges moyennes relatives à ces numéros. En n'employant uniquement, pour calculer les deux indéterminées qui entrent dans la relation ci-dessus, que les valeurs de H et de h relatives aux n°s 2, 3, 5 et 7, valeurs déduites d'opérations très-précises, on arrive à cette autre relation $(H - h)(H - h - 1,5) = 1,394\,h$, dans laquelle le millimètre est toujours pris pour unité et qui représente plus exactement encore ces valeurs, mais qui s'éloigne un peu plus des autres données de la table.

169. On doit à MM. Bidone et Eytelwein plusieurs observations du genre de celles dont il s'agit ici, c'est-à-dire, ayant pour objet de déterminer le rapport de la charge moyenne, dans le plan du déversoir, à la charge totale (1); mais la paroi dans laquelle étaient pratiqués les orifices de ces expérimentateurs avait environ un pouce d'épaisseur, et il se peut que cette circonstance ait exercé de l'influence dans certains cas, notamment pour les charges d'eau très-faibles. D'une autre part aussi, les dimensions des orifices et du réser-

(1) *Expériences sur la dépense des déversoirs, &c.*, par M. Bidone, *Académie de Turin*, année 1824, pages 307 et 327; *Manuel de mécanique*, par M. Eytelwein, page 124.

Digitized by Google

voir étaient différentes de celles de nos appareils; on doit donc s'attendre à des résultats qui ne cadrent pas exactement avec ceux que donnent nos formules, et qui s'en éloignent d'autant plus, que les dispositifs auxquels ils se rapportent diffèrent eux-mêmes davantage des nôtres. En effet, si l'on calcule par ces formules les valeurs du rapport $\frac{H}{h}$ qui correspondent aux diverses charges totales H des expériences de M. Bidone ou de M. Eytelwein, on trouve que ces valeurs s'écartent de plus en plus de celles qui résultent des observations directes, à mesure que la largeur correspondante du déversoir ou de l'orifice diffère elle-même davantage de 200 millimètres, largeur du nôtre; ou plutôt, on aperçoit que le rapport de H à h est à-la-fois fonction de la largeur de l'orifice et de celle du réservoir, que nous désignerons respectivement par l et L dans ce qui va suivre.

D'après ces considérations, nous avons recherché s'il ne suffirait pas de multiplier, dans l'équation $(H - h)(H - h - 1{,}80) = 1{,}319\,h$, le coefficient constant 1,319 par une fonction suffisamment simple de ces largeurs, pour rendre cette formule propre à redonner toutes les valeurs du rapport $\frac{H}{h}$ avec un degré d'approximation raisonnable, et sans lui faire perdre la propriété qu'elle a de satisfaire aux limites extrêmes des charges de liquide; ce qui revient à supposer que, pour des valeurs données de L et l, le produit $(\frac{H}{h} - 1)(H - h - 1{,}8)$ doit demeurer sensiblement invariable.

Pour vérifier ce soupçon, nous avons calculé ces produits, tant pour les observations de M. Bidone que pour celles de M. Eytelwein, et nous avons trouvé qu'en effet ils diffèrent assez peu entre eux pour une même valeur du rapport de l à L; les variations ne paraissent pas, du moins, surpasser celles qui peuvent résulter des erreurs mêmes commises dans le relevé direct des dépressions du liquide; et, en ordonnant ces produits suivant les valeurs de $\frac{l}{L}$, on trouve qu'ils suivent

Digitized by Google

une marche suffisamment régulière pour être considérés comme soumis à une loi unique.

Afin de découvrir, s'il se peut, cette loi ou une loi équivalente et qui permît, dans une certaine étendue, de calculer approximativement la grandeur des dépressions, nous avons construit une courbe ayant pour abscisses les valeurs de $\frac{l}{L}$ et pour ordonnées celles correspondantes des produits $(\frac{H}{h} - 1)$ $(H - h - 1,8)$. Cette courbe s'est présentée sous la forme d'une parabole du 3e ou du 4e ordre : mais, comme nous ne voulions ici considérer que le cas particulier où la largeur de l'orifice est fort petite par rapport à celle L du réservoir; comme les résultats de MM. Bidone et Eytelwein présentent de fortes anomalies pour le cas où ces largeurs sont égales ou peu différentes, ce qu'explique très-bien la nature des moyens qu'ils ont mis en usage pour obtenir les charges totales dans le réservoir qui sont alors en quelque sorte indéterminées; d'après ces motifs, dis-je, nous avons cherché seulement à satisfaire aux premières ordonnées de la courbe en prenant, pour les représenter, une expression de la forme $\alpha + \beta \frac{l}{L} + \gamma \frac{l^2}{L^2}$, qui appartient à la parabole ordinaire, et dans laquelle $\frac{l}{L}$ serait toujours censé au-dessous de 0,3. Nous avons ainsi trouvé, par des méthodes suffisamment exactes pour l'objet que nous avions en vue,

$$\alpha + \beta \frac{l}{L} + \gamma \frac{l^2}{L^2} = 0,0196 \left\{ 19 + \left(100 \frac{l}{L} - 15,5 \right)^2 \right\}.$$

Nommant donc k, pour abréger, cette quantité fonction de $\frac{l}{L}$, on aura entre h et H la relation

$$(\frac{H}{h} - 1)(H - h - 1,8) = k,$$

d'où

$$H = h + 0,9 + \sqrt{kh + 0,81},$$

$$h = H + \tfrac{1}{2}k - 0,9 - \sqrt{k(\tfrac{1}{4}k + H - 0,9) + 0,81}.$$

Digitized by Google

170. Nous avons rassemblé dans le tableau suivant nos résultats, ainsi que ceux obtenus par MM. Bidone et Eytelwein, en laissant de côté tous ceux qui répondent à des valeurs de $\frac{l}{L}$ supérieures à 0,4, lesquels s'écartent de plus en plus de ceux que donnent les formules ci-dessus.

NOMS des observateurs.	DONNÉES DE L'OBSERVATION.				RÉSULTATS des calculs.		DIFFÉRENCES proportionnelles des valeurs de $\frac{H}{h}$.
	$\frac{l}{L}$.	h.	H.	$\frac{H}{h}$.	H.	$\frac{H}{h}$.	
1	2	3	4	5	6	7	8
		millimètres	millimètres		millimètres		
MM.		200,00	217,00	1,0850	217,16	1,0858	+0,0007
		164,40	180,30	1,0967	180,05	1,0952	—0,0014
Lesbros.....	0,05435	117,70	131,40	1,1164	131,09	1,1137	—0,0024
		100,00	112,00	1,1200	112,42	1,1242	+0,0037
		62,19	72,20	1,1610	72,19	1,1608	—0,0002
		22,59	29,00	1,2837	29,02	1,2846	+0,0007
Bidone.....	0,1205	159,60	169,19	1,0600	167,90	1,0520	—0,0076
		81,21	87,98	1,0833	87,43	1,0766	—0,0063
Eytelwein.....	0,1250	382,77	392,50	1,0254	394,53	1,0307	+0,0052
	0,2080	267,84	282,60	1,0551	280,53	1,0474	—0,0073
		125,04*	140,83	1,1263	139,89	1,1188	—0,0067
Bidone.....	0,2656	117,71*	129,55	1,1006	132,14	1,1227	+0,0201
		88,56	100,84	1,1386	101,21	1,1428	+0,0037
Eytelwein.....	0,2920	202,53	226,08	1,1163	224,87	1,1103	—0,0054
	0,3750	164,22	187,14	1,1396	195,23	1,1888	—0,0432

On voit, par la dernière colonne de droite de ce tableau, que les différences entre les valeurs de H ou de $\frac{H}{h}$ fournies par la formule $H = h + 0,9 + \sqrt{kh + 0,81}$ et celles qu'on déduit de l'observation, ne commencent à être très-appréciables que pour les valeurs du rapport $\frac{l}{L}$ qui surpassent

Digitized by Google

0,300. La valeur de $\frac{n}{t}$ qui répond à la quatrième expérience en remontant, est la seule qui présente une différence notable entre le résultat du calcul et celui de l'observation; mais, comme elle se trouve comprise entre deux autres expériences dont les résultats, dus au même observateur, présentent une différence proportionnelle très-petite, et qui sont relatives à des largeurs d'orifice et de réservoir presque égales, il n'est guère permis de douter que l'anomalie qu'elle offre ne provienne d'une erreur véritable dans le relevé de la charge moyenne dans le plan du déversoir.

171. Au surplus, quelque satisfaisant que soit l'accord de notre formule et des données de l'observation, elle est déduite d'un trop petit nombre d'expériences certaines pour qu'on puisse la considérer, quant à présent, comme autre chose qu'une formule empirique, propre à en représenter les résultats avec un degré d'exactitude raisonnable et dans une certaine étendue, notamment pour les cas où la largeur de l'orifice égale au plus le $\frac{1}{3}$ ou les 0,3 de celle du réservoir.

Les résultats de ces diverses expériences n'ont pas d'ailleurs toute l'authenticité désirable. Les charges moyennes de liquide dans celles de M. Bidone ne sont déterminées généralement que par un petit nombre de cotes prises dans le plan intérieur de la paroi de l'orifice; deux d'entre elles, marquées d'un astérisque dans le tableau ci-dessus et déduites par nous des données que rapporte l'auteur au n° 17 de son mémoire, laissent quelques incertitudes, attendu que la charge totale au-dessus de la base de l'orifice n'a pas été indiquée dans le texte même, et qu'il a fallu la conclure de la comparaison des figures 5, 6 et 7 qui l'accompagnent. Quant aux résultats de M. Eytelwein, rien n'indique la façon dont a été relevée la hauteur moyenne du liquide dans le plan de l'orifice. Enfin il se peut aussi que l'épaisseur d'environ 3 centimètres qu'avait la paroi des orifices sur lesquels cet auteur et M. Bidone

Digitized by Google

ont opéré, ait exercé quelque influence sur la valeur de la dépression pour les petites charges de liquide.

172. La seule conclusion certaine que nous prétendions donc tirer des recherches qui précèdent, c'est que, pour les déversoirs, la dépression moyenne du niveau dans le plan de l'orifice supposé en mince paroi n'est point une fraction déterminée ou constante de la charge entière, pas plus que pour les orifices fermés vers le haut (133), et que cette fraction doit varier, non-seulement avec les dimensions absolues du réservoir et de l'orifice, mais encore avec la charge absolue de liquide au-dessus de la base de celui-ci. Il est d'ailleurs digne de remarque qu'aucune des valeurs trouvées, soit par MM. Eytelwein et Bidone, soit par nous, n'ait donné pour la dépression dont il s'agit un résultat aussi fort que celui qui a été obtenu en Angleterre par le Dr Robison, résultat cité par M. Navier dans l'*avertissement* qui précède sa nouvelle édition de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor (voyez p. XII), et d'après lequel le rapport de H à h se serait élevé à 1,4.

Suivant les formules ci-dessus, qu'on doit considérer provisoirement comme exactes pour le cas où L surpasse de beaucoup l, H ne serait égal à $1,4\,h$, dans notre appareil, que lorsque h se trouve réduit à $12^{\text{mill}},74$. Dans le cas où L pourrait être considéré comme infini par rapport à l, la même circonstance n'aurait lieu encore que quand la charge h se trouverait réduite à $22^{\text{mill}},27$. Quoiqu'il soit très-probable que le Dr Robison ait fait ses observations sur des charges plus fortes, on ne peut néanmoins révoquer en doute d'une manière absolue l'exactitude du résultat qu'il a obtenu; car il se peut qu'il ait opéré sur un déversoir dont la largeur différât très-peu de celle du réservoir, circonstance pour laquelle le rapport $\frac{H}{h}$ paraît devoir être beaucoup plus grand que dans toute autre, à charges et à orifices semblables d'ailleurs.

Digitized by Google

§ II.

SUR LES LOIS DES DÉPENSES.

Principales conséquences relatives aux orifices fermés à la partie supérieure.

173. Commençons par les expériences qui concernent l'orifice de 20 centimètres de hauteur, et dont les résultats sont consignés dans le tableau n° IV placé à la suite de ce mémoire. En consultant les colonnes 11 et 12, qui donnent respectivement les coefficiens dont il faut affecter les formules usuelles

$$D = l(h - h')\sqrt{2g\left(\frac{h+h'}{2}\right)},\quad D' = \tfrac{2}{3}l\left(h\sqrt{2gh} - h'\sqrt{2gh'}\right)$$

qui servent à calculer la dépense (voyez les *conventions générales* qui précèdent les tableaux), on remarque qu'à partir de la plus forte charge $1^m,472$ sur le centre de l'orifice, les coefficiens dont il s'agit vont généralement en augmentant de valeur jusque vers la charge de $0^m,953$, où ils paraissent avoir atteint leur *maximum*. A la vérité, les coefficiens relatifs aux expériences 5 et 6 font anomalie avec cette loi générale; mais, comme ici les accroissemens successifs tiennent à des quantités d'un ordre très-petit, une semblable anomalie n'a rien d'étonnant et ne doit pas empêcher d'admettre la loi en question, qui se reproduit également dans les expériences relatives aux orifices de 10 et de 5 centimètres de hauteur.

On voit aussi qu'à partir de la charge de $0^m,953$ sur le centre, égale à environ cinq fois la hauteur de l'orifice, les coefficiens vont continuellement en diminuant, et décroissent

Digitized by Google

même très-rapidement vers les faibles charges sur le sommet, quoique moins rapidement pour les coefficiens de la formule D′ que pour ceux de la formule D.

174. Cette loi des coefficiens du tableau n° IV ne se manifeste pas pour ceux du tableau n° I (colonnes 11 et 12) concernant les expériences faites en 1827 sur le même orifice; mais cela n'a rien d'étonnant, puisque les différences dont elle dépend sont au-dessous de celles qui proviennent des anomalies que présentent les nombres mêmes de ce dernier tableau (96 et suiv.). D'ailleurs, la moyenne générale 0,6013 des coefficiens de D′, dans le tableau n° IV, diffère extrêmement peu de celle 0,6017 qui se conclut des coefficiens semblables du tableau n° I, et l'on pourrait, sans craindre de commettre des erreurs appréciables, adopter généralement le coefficient 0,602 pour calculer la dépense au moyen de la formule dont il s'agit, dans le cas des orifices carrés verticaux à grandes dimensions, pratiqués en mince paroi et complétement isolés des faces latérales et du fond du réservoir, pourvu que la charge sur le sommet ne fût pas au-dessous de 5 ou 6 centimètres.

Il ne faudra pas oublier toutefois que la hauteur du niveau de l'eau dans le réservoir est ici censée prise en un point tel, que ce liquide y soit parfaitement en repos. Les colonnes 18 et 19 du tableau n° IV montrent, en effet, que les coefficiens des formules D et D′ doivent être un peu augmentés quand on mesure les charges immédiatement au-dessus de l'orifice, et que ces charges sont très-faibles; mais cette augmentation, pour l'orifice carré de 20 centimètres de côté, n'est point considérable, parce que les dépressions du niveau sont elles-mêmes fort petites par rapport aux charges dont il s'agit. Ces légères différences n'en suffisent pas moins, comme on le voit, pour intervertir entièrement l'ordre de grandeur des coefficiens de la formule D′, de telle sorte que celui qui

Digitized by Google

avait la plus petite valeur dans la première manière de relever les charges acquiert la plus grande de toutes dans la seconde (voyez les colonnes 12 et 19, expériences n°s 21, 22, 23 et 24).

175. Revenons aux chiffres des colonnes 11 et 12. Selon la manière ordinaire de voir, la contraction effective du liquide à sa sortie de l'orifice devrait un peu diminuer avec la hauteur de la charge sur le sommet, et, par conséquent, le coefficient de la dépense devrait constamment augmenter; ici, au contraire, ce dernier coefficient diminue aux environs des très-basses charges, quand la hauteur du niveau dans le réservoir est relevée fort en avant de l'orifice. En considérant que, dans l'établissement des formules D et D', on n'a point égard à la vitesse ou à la force vive d'arrivée du liquide dans le réservoir, qui tend à augmenter la charge génératrice H, nous avions d'abord pensé que l'existence du *maximum* dans les valeurs des coefficiens de ces formules pouvait fort bien tenir, pour le cas de notre appareil, à ce que la force vive dont il s'agit était elle-même susceptible d'un *maximum* aux environs de la charge de $0^m,74$ au-dessus de la base de l'orifice (1); mais l'aire de ce dernier demeure, pour toutes les

(1) Nommons L la longueur horizontale du réservoir, l celle de l'orifice, b sa base, a sa hauteur, h la charge d'eau sur cette base, A la hauteur de cette même base au-dessus du fond du réservoir, enfin m le coefficient de la formule D, de sorte que la dépense effective égale $mab\sqrt{2g(h-\frac{1}{2}a)}$: l'aire des sections transversales du liquide en amont de l'orifice étant $L(A+h)$, d'après les conventions ci-dessus, la vitesse dans cette section sera égale à $\frac{mab\sqrt{2g(h-\frac{1}{2}a)}}{L(A+h)}$, en admettant l'hypothèse du parallélisme des tranches; par conséquent, l'accroissement de la charge génératrice dû à cette vitesse sera

$$\frac{m^2a^2b^2(2h-a)}{2L^2(A+h)^2},$$

dont la valeur *maxima* est

$$\frac{m^2a^2b^2}{2L^2(2A+a)},$$

et correspond à $h = A + a$. Mais, comme on a ici $A = 0^m,54$, $a = 0^m,2$, $b = 0^m,2$, $L = 3^m,68$, $m = 0,60$ environ, il en résulte $h = 0^m,74$, et l'on trouve $0^m,00006$ pour le *maximum* cherché, quantité absolument insignifiante.

Digitized by Google

charges possibles, tellement petite par rapport à celle des sections transversales dans le réservoir, et l'eau est animée d'un mouvement si lent, même à une assez petite distance en amont de cet orifice, qu'on ne saurait admettre une semblable interprétation du *maximum* observé dans la loi des coefficiens.

D'ailleurs, il nous paraît résulter des discussions entreprises dans les n°s 160 et suiv., que les formules D et D' n'ont ici aucun fondement bien réel; et, comme on n'y tient aucun compte, non-seulement du mouvement véritable du liquide dans l'intérieur du réservoir, mais encore des résistances qu'éprouvent ses molécules de la part des parois contre lesquelles il coule et des effets réels de la contraction extérieure, &c., il serait à peu près inutile de rechercher les causes qui donnent lieu au *maximum* observé, d'autant plus que la loi change pour les petits orifices, ainsi qu'on le verra tout-à-l'heure.

176. En terminant ce qui concerne l'orifice carré de 20 centimètres de côté, nous ferons remarquer, conformément à ce qu'indiquent les colonnes 11 et 12 du tableau n° IV, ainsi que les résultats déjà antérieurement connus, que les coefficiens des formules D et D' éprouvent des variations presque nulles vers les fortes charges; ce qui tient probablement à ce que les circonstances ci-dessus exercent alors une influence peu sensible. Les colonnes 11 et 12 du tableau n° I, qui comprend les résultats d'expériences très-multipliées sur des charges supérieures à celles du IVe tableau, mettent cette circonstance dans tout son jour, et permettent de supposer que, pour les orifices carrés dont il s'agit, la valeur des coefficiens de D et de D' ne descend jamais au-dessous de 0,600, si même elle atteint cette limite, pour des charges qui excéderaient 15 à 20 fois la hauteur de l'orifice.

Michelotti et Bossut, en opérant sur des orifices carrés ayant du 1 jusqu'à 3 pouces de côté, sous des charges comprises

Digitized by Google

entre 27 fois et 250 fois ce côté, ne l'ont jamais trouvé (1) au-dessous de 0,602, et sa moindre valeur a même surpassé constamment 0,616 pour les orifices de 3 pouces; résultat qui excède sensiblement le nôtre, mais qu'on peut expliquer en observant que, dans les expériences de Michelotti, à qui ce résultat est dû, les grands orifices ont constamment donné, à circonstances égales sous le rapport des charges, un peu plus de dépense que les petits : ce qui peut fort bien tenir d'ailleurs à la disposition particulière des appareils qu'il a mis en usage (2).

177. En consultant les colonnes 20 et 21 des Ve et VIe tableaux relatifs aux orifices de 10 et de 5 centimètres de hauteur, on verra que les coefficiens des formules hypothétiques D et D′ suivent une marche analogue à celle qui concerne l'orifice de 20 centimètres, c'est-à-dire, qu'ils présentent un *maximum* aux environs des charges moyennes égales à 4 ou 5 fois la hauteur de l'orifice. Quant aux coefficiens relatifs aux cas où l'on mesurerait la charge près de la paroi de l'orifice, on voit par les colonnes 22 et 23 des mêmes tableaux, que, attendu l'influence sensible de la dépression éprouvée par le niveau du liquide dans le réservoir, les valeurs de ces coefficiens vont sans cesse en augmentant à compter des plus fortes charges, du moins pour la formule D′. L'accroissement suit même une marche très-rapide vers les faibles charges sur le sommet de l'orifice, circonstance qui, jointe à l'incertitude qui règne alors dans la mesure directe de ces charges, prouve qu'on

(1) Voyez le tableau résumé de la valeur de ces coefficiens, donné par M. Eytelwein dans son Mémoire inséré au tome XI des *Annales des mines*.

(2) La section horizontale du réservoir employé par ce dernier expérimentateur était un carré de 36 pouces de côté, et l'eau parvenait à la partie supérieure par un canal rectangulaire de 24 pouces seulement de largeur, circonstance qui devait occasioner beaucoup de trouble dans le réservoir lors des fortes dépenses, et augmenter notablement la vitesse de sortie du liquide (*Sperimenti hydraulici*, 1767, pages 3 et suiv.).

Digitized by Google

risquerait, dans certains cas, de se tromper de beaucoup sur la véritable valeur de la dépense, en relevant la hauteur du liquide dans l'endroit où la dépression du niveau est la plus grande, si l'on ne modifiait convenablement les coefficiens. Dans le cas de l'orifice de 5 centimètres d'ouverture, par exemple, on voit que le coefficient de la formule D', qui n'est que de 0,62 environ quand on mesure la charge fort en avant de l'orifice, peut s'élever à 0,68 lorsqu'on la prend immédiatement au-dessus; en sorte qu'on se tromperait de près d'un dixième sur la valeur totale de la dépense, si l'on prétendait se servir, dans ce dernier cas, du premier de ces coefficiens, qui se rapporte plus spécialement à la manière d'opérer des auteurs d'expériences hydrauliques.

Les tableaux suivans, relatifs aux orifices de 3, de 2 et de 1 centimètre, indiquent des différences non moindres dans les valeurs respectives des coefficiens qui concernent ces deux manières de relever le niveau du liquide; et, ainsi que nous avons déjà eu occasion de le faire remarquer, l'orifice de 3 centimètres présente même cette singularité (voyez tableau VII, expériences 15, 16 et 17), que la charge sur le sommet, prise immédiatement en amont de l'orifice, est négative; cette circonstance, qui peut se présenter dans tous les cas où les charges et les ouvertures de vanne sont faibles, montre bien toute l'incertitude attachée à une pareille méthode de relever le niveau, quand il s'agit de jauger la dépense des orifices dans la pratique.

178. L'inspection des colonnes 20 et 21 des tableaux VII, VIII et IX, relatifs aux orifices de 3, 2 et 1 centimètre, semble prouver que la cause qui produisait le *maximum* de la formule D' cesse d'exercer une influence appréciable pour ces trois orifices, et qu'elle continue à subsister à l'égard de la formule D, mais pour l'orifice de 3 centimètres d'ouverture seulement. Ainsi, à compter de ces limites respectives, les

Digitized by Google

valeurs des coefficiens de l'une et de l'autre formule iraient continuellement en augmentant et d'une manière de plus en plus rapide, à mesure que la charge diminue; ce qui semblerait annoncer que la loi de ces coefficiens subit une modification particulière dans les environs de l'orifice de 3 centimètres. Mais ces circonstances tiennent probablement à ce que, pour les très-petits orifices, le *maximum* de chaque coefficient correspond à des charges encore plus faibles que celles que nous avons pu soumettre à l'expérience.

On remarquera aussi, comme un fait très-digne d'intérêt, que les valeurs des coefficiens de D et de D′ (colonnes 20 et 21, tableaux VI et VII), relatifs aux orifices de 3 et de 5 centimètres d'ouverture, sont presque les mêmes, à égalité de charges sur le centre, tant que ces charges ne deviennent pas très-petites, par exemple, moindres que 20 centimètres. Pour l'orifice intermédiaire de 4 centimètres, les coefficiens différeraient probablement moins encore de ceux qui correspondent aux deux orifices voisins; et, comme en passant de l'ouverture de 3 centimètres à celle de 2 (tableaux VII et VIII) leur différence, à charge égale, est au contraire très-appréciable, on est tenté d'admettre qu'il s'opère réellement quelque modification essentielle dans le mode d'écoulement ou la loi des coefficiens aux environs de l'orifice de 3 centimètres.

179. La rapidité avec laquelle croît le coefficient de la formule D et surtout de la formule D′, à compter de l'orifice de 3 centimètres de hauteur et à mesure que la charge de liquide diminue, ne permet pas d'admettre pour chaque ouverture de vanne une valeur moyenne et unique de ces coefficiens, et il sera nécessaire, dans les applications de ces formules au jaugeage des dépenses fournies par les orifices rectangulaires, de recourir à la table qui se rapporte à chaque cas spécial. Cette circonstance, jointe à ce que les coefficiens de D′ ne suivent point une loi plus simple que ceux de D,

Digitized by Google

fera probablement adopter dans la pratique cette dernière formule dont le calcul est plus facile.

Une autre conséquence résultant de l'inspection des divers tableaux des dépenses, c'est que, à égalité du rapport de la charge sur le centre à la hauteur de l'orifice, rapport qui se trouve indiqué dans les colonnes n°s 6 et 14, le coefficient des formules D et D' croît à mesure que cette hauteur de l'orifice diminue, et croît d'autant plus rapidement que la charge absolue sur le centre est plus faible. Ce fait peut être considéré comme constant, et il se trouve parfaitement confirmé par les résultats des expériences déjà connues sur les orifices carrés ou circulaires, résultats que nous aurons soin de rapporter un peu plus loin, afin de les mettre en parallèle avec les nôtres.

180. Si l'on compare maintenant entre eux les coefficiens d'une même espèce, à égalité de charge absolue sur le centre, on trouvera que la loi ci-dessus a lieu également pour tous les orifices, lorsque les charges n'excèdent pas 1 mètre, mais que, pour les charges plus fortes, elle ne se vérifie qu'à l'égard des orifices de 20 et de 10 centimètres comparés aux orifices plus petits : or il est digne de remarque que, pour tous ceux-ci, les coefficiens acquièrent, aux environs de la charge de $1^m,20$ sur le centre, des valeurs presque égales, et qui diffèrent extrêmement peu de 0,625. A compter de ce point, les coefficiens vont continuellement en diminuant pour ces mêmes orifices, à mesure que la charge augmente, mais avec une rapidité qui n'est pas égale pour tous, et qui est d'autant plus grande que l'orifice est plus petit. Nous devons regretter, à ce sujet, que les circonstances nous aient empêchés de faire, sur les orifices de 1, de 2 et de 3 centimètres, des expériences avec des charges supérieures à $1^m,4$, qui nous eussent permis d'apprécier d'une manière certaine la loi qu'auraient alors suivie les coefficiens de la dépense. Toutefois, d'après les

Digitized by Google

résultats obtenus la première année de nos expériences et consignés dans la 13e colonne du tableau n° II, et d'après tout ce que l'on connaît sur les orifices circulaires ou carrés pour lesquels les auteurs ont opéré avec des charges qui ont souvent surpassé 4 mètres, il nous est encore ici permis d'admettre (176) que le coefficient des formules D et D′ ne descendra jamais au-dessous de 0,600; de sorte que ses variations, à compter de la charge de $1^m,20$, doivent demeurer comprises entre les limites fort resserrées 0,625 et 0,600, quelle que soit la hauteur de l'orifice.

Courbes et Tables générales d'interpolation relatives à la dépense des orifices fermés à la partie supérieure; Comparaison des résultats qu'elles donnent avec les résultats déjà connus.

181. Afin d'acquérir tout d'un coup une idée exacte des lois suivies par les coefficiens dont il s'agit, selon les différentes charges de liquide et les diverses ouvertures de la vanne, nous avons tracé pour chaque orifice, d'après les données des tableaux compris depuis le n° IV jusqu'au n° IX, des courbes ayant ces coefficiens pour ordonnées, et pour abscisses les charges complètes sur le sommet : elles se trouvent rapportées sur la planche 7 (*fig.* D *et* E).

Pour éviter la confusion qui résulterait de la réunion de toutes ces courbes sur une même figure assez petite pour les comprendre dans toute leur étendue, nous nous sommes bornés à construire sur la figure D les valeurs des coefficiens relatifs à la formule D, qui sont données dans la 11e colonne du tableau n° IV et dans la 20e des tableaux suivans. Nous avons pris pour échelle des abscisses le dixième de la grandeur naturelle ou 1 millimètre pour chaque centimètre de hauteur de charge; et, pour les ordonnées ou coefficiens, nous avons exprimé

Digitized by Google

chaque 0,001 par un millimètre, c'est-à-dire que nous avons pris le mètre pour représenter l'unité entière. Mais, afin de diminuer la hauteur occupée par ces ordonnées, nous en avons retranché une quantité constante de 60 centimètres; ce qui revient à ne construire que l'excès des divers coefficiens sur 0,60. Enfin, pour distinguer entre elles les courbes relatives à des cas différens, nous avons placé le long de leur cours des chiffres qui indiquent les hauteurs des orifices auxquels elles se rapportent.

La figure E représente au contraire l'ensemble de toutes les courbes des coefficiens portés dans les colonnes 11, 12 et 18 du IVe tableau, et 21 et 22 des tableaux suivans, mais sur une étendue de 30 centimètres seulement, parce qu'au-delà ces courbes se confondent pour un même orifice et ne donnent plus que le seul tracé exprimé dans la figure D. On a retranché 0,6 de toutes les ordonnées, et on les a construites à la même échelle que pour la figure D; mais les abscisses sont de grandeur naturelle, en sorte que le mètre exprime l'unité entière pour les abscisses comme pour les ordonnées. Des chiffres placés sur les courbes indiquent les hauteurs des orifices auxquels elles appartiennent, et ces chiffres sont accentués pour distinguer entre elles celles qui, pour un même orifice, se rapportent à des formules différentes, ou à un mode différent de mesurer les charges. Ainsi 20 et 20′ désignent, pour l'orifice de 20 centimètres et les charges mesurées à $3^m,50$ en amont de cet orifice, les courbes des coefficiens des formules D et D′, tandis que 20″ désigne la courbe relative à la formule D, lorsque la charge est mesurée immédiatement au-dessus de l'orifice.

On voit que ces courbes suivent sur l'une et l'autre figure une marche très-régulière, quoique distincte pour chaque orifice, et qu'elles ont une continuité en quelque sorte parfaite, bien qu'elles aient été assujetties à passer

Digitized by Google

rigoureusement par les points déduits de l'expérience : ces points d'ailleurs ont été laissés en évidence sur la figure D. Le point marqué 20.*a*, relatif à l'orifice de 20 centimètres, est le seul qui n'ait pu être compris dans le tracé de la courbe correspondante; mais il s'en écarte extrêmement peu, et il provient évidemment d'expériences anomales, ainsi que la remarque en a déjà été faite (173).

A l'aide de ces différentes courbes, on arrive sans peine à toutes les conséquences exposées dans ce qui précède, et que nous avons déduites de la simple lecture des tableaux : ainsi, par exemple, les courbes relatives aux orifices de 20, de 10, de 5 et de 3 centimètres d'ouverture (*fig.* D), présentent constamment leur concavité à l'axe des abscisses et ont une ordonnée *maxima*, tandis que, pour celles de 2 et de 1 centimètre, le point de *maximum* ou sommet a disparu, du moins en apparence. On voit aussi que les courbes 3 et 5 offrent dans une grande portion de leur cours une analogie de forme et un rapprochement vraiment remarquables, et qui sembleraient indiquer qu'il se passe en effet (178) quelque chose de particulier dans la loi des coefficiens aux environs des orifices de 3 et de 5 centimètres. Enfin la présence, dans les courbes 1, 2, 3 et 5, de points d'inflexion qui n'existent pas dans les courbes 10 et 20, paraîtrait annoncer que les lois des coefficiens qu'elles expriment comportent une complication qui n'aurait pas lieu au même degré pour les orifices de 10 et de 20 centimètres d'ouverture, de manière qu'il en résulterait une sorte de solution de continuité dans les lois relatives aux différens cas.

182. Nous disons que la loi est plus compliquée pour les lignes qui présentent des points d'inflexion, parce qu'en effet le degré des courbes croît nécessairement avec le nombre de leurs changemens brusques de courbure. Mais comme, d'une part, rien ne prouve que les courbes relatives aux orifices de

Digitized by Google

2 et de 1 centimètre ne finissent pas, pour des charges sur le centre plus petites encore que celles qui ont été soumises à l'expérience, par se replier vers l'axe des abscisses, et que, d'un autre côté, les courbes des orifices de 10 et de 20 centimètres de hauteur pourraient également avoir des points d'inflexion *invisibles*, même dans la région des points donnés par l'expérience, il est impossible, *à priori*, de rien prononcer de positif sur l'état de complication plus ou moins grand de ces différentes courbes, et sur la modification qui s'opère dans les équations qui lient leurs ordonnées à leurs abscisses ou les coefficiens aux charges.

D'après les observations faites précédemment (180), ces coefficiens ne doivent jamais descendre au-dessous de 0,60, ou d'une valeur qui en diffère peu; nos courbes doivent donc aussi se rapprocher indéfiniment de l'axe des abscisses ou d'une droite parallèle qui en soit peu distante et qui leur serve d'asymptote : or il en résulte que, si elles étaient continuées au-delà des charges qui ont été mises en expérience, elles offriraient toutes un nouveau point d'inflexion, ce qui les rendrait susceptibles d'être coupées, savoir : celles des orifices de 1 et de 2 centimètres, en au moins quatre points visibles; celles qui répondent aux orifices de 3 et de 5 centimètres, en au moins cinq; et celles des orifices de 10 et de 20 centimètres, en au moins trois points semblables. Par conséquent, la loi ou l'équation entre les abscisses et les ordonnées, relative à ces différentes courbes, serait, en la supposant algébrique, au moins du 4e degré pour les premières, du 5e pour les suivantes, et du 3e pour les deux dernières, ou, en général, du 5e degré au moins, si on les suppose toutes susceptibles d'être représentées par une équation algébrique de même forme, de sorte que la continuité subsiste entre elles, et qu'il n'y ait aucun changement brusque en passant de l'une à l'autre; ce qui revient à admettre que les valeurs des coeffi-

Digitized by Google

ciens de la dépense soient, pour tous les cas, une même fonction de la charge correspondante ainsi que de l'ouverture de l'orifice, fonction susceptible seulement de se modifier selon la grandeur de cette ouverture.

183. Cette discussion a uniquement pour objet de faire voir combien serait difficile la recherche *à posteriori* de la loi suivie par les dépenses, même dans le cas simple qui nous occupe, où l'orifice est très-petit par rapport aux sections du réservoir, et où il est pratiqué dans une paroi plane et mince; car, en supposant qu'on pût trouver par les considérations ci-dessus et par les méthodes d'interpolation connues la valeur des coefficiens de l'équation qui lie les abscisses et les ordonnées de chaque courbe individuelle, comme ces valeurs changeraient d'une courbe à l'autre ou avec la hauteur de l'orifice, il resterait encore à déterminer la forme des fonctions de cette hauteur qui sont propres à redonner les coefficiens dans chaque cas spécial, et il est peu probable qu'on y parvînt au moyen des 6 séries d'expériences relatives à nos tableaux.

On remarquera d'ailleurs qu'on ne simplifierait pas beaucoup l'état de la question en substituant aux coefficiens de la formule D ou $l\,(h - h')\sqrt{2g\left(\frac{h+h'}{2}\right)}$ ceux de la formule D' ou $\frac{2l}{3}\left(h\sqrt{2gh} - h'\sqrt{2gh'}\right)$, ni en cherchant à ordonner ces coefficiens par rapport à la charge sur le centre ou sur la base de l'orifice : car on est conduit, dans tous les cas, à des courbes fort compliquées; et, sans affirmer qu'on ne puisse pas choisir une combinaison de variables plus propre à mettre en évidence la loi des dépenses effectives, on peut tout au moins regarder la chose comme très-douteuse, attendu la diversité des causes physiques qui concourent à compliquer le mouvement du liquide au sortir du réservoir, et dont l'influence se fait plus ou moins sentir selon la grandeur absolue de la charge génératrice et de la hauteur de l'orifice.

Digitized by Google

184. Les courbes représentées dans les figures D et E (*planche 7*) nous ont servi à construire par interpolation une table générale des valeurs des coefficiens des formules de la dépense théorique pour des charges, sur le sommet des orifices, croissant depuis les plus petites, auxquelles correspond l'instant où le déversoir est sur le point de se former, jusqu'à des charges égales à 2 et même à 3 mètres : nous avons, du reste, rapproché ces charges suffisamment entre elles pour faire apprécier les variations les plus faibles des coefficiens.

L'ensemble de ces résultats est consigné dans la partie de gauche du tableau n° XII placé à la suite de ce mémoire, et dont l'usage ainsi que la disposition ne réclament aucune explication particulière. Nous ferons seulement remarquer que, dans ce tableau, les résultats qui ne sont point déduits immédiatement des portions de courbe données par l'expérience, et qui correspondent aux plus petites et aux plus fortes charges dans le réservoir, sont séparés des autres par un petit *trait horizontal;* nous les avons obtenus en prolongeant les courbes d'après le sentiment de la continuité et la supposition que, vers les plus fortes charges, les coefficiens doivent se rapprocher d'autant plus de 0,6 que l'orifice est plus ouvert, sans jamais atteindre cette limite, conformément à l'observation déjà faite ci-dessus (180).

Du reste, pour les fortes charges et les orifices au-dessous de 10 centimètres de hauteur, nous nous sommes principalement dirigés d'après les résultats obtenus par Michelotti et par Bossut sur les orifices rectangulaires ou carrés, lesquels assignent au coefficient de la dépense hypothétique une valeur qui est encore moyennement de 0,608, pour des charges d'eau supérieures même à $3^m,50$.

On remarquera que nous avons placé en tête des colonnes relatives à chaque orifice, et au cas où l'on mesure les hauteurs

Digitized by Google

du liquide fort en avant dans l'intérieur du réservoir, la valeur du coefficient qui répond à la charge pour laquelle le déversoir est sur le point de se former, charge qui a été calculée par la formule du n° 168.

Nous avons aussi, pour le cas où l'on releverait le niveau tout près de l'orifice, rapporté les coefficiens de la formule D qui répondent à une charge nulle sur le sommet. Leurs valeurs, à l'exception de celle qui concerne l'orifice de 3 centimètres, qui a même offert une charge négative (VIIe tableau), ont été déterminées non-seulement par le prolongement à vue des courbes d'interpolation, mais encore par le calcul, en se basant sur les résultats correspondans obtenus pour le cas où la charge est prise loin de l'orifice.

En général, les coefficiens de la formule D, relatifs au cas où la charge est mesurée loin de l'orifice, ont seuls été conclus immédiatement des courbes d'interpolation qu'on peut alors prolonger sans inconvénient, parce que leurs ordonnées ne croissent pas trop rapidement, et que d'ailleurs les expériences se sont étendues jusque tout près de la limite inférieure des charges ; nous avons ensuite déduit les autres coefficiens de ceux-ci en leur appliquant, pour plus de rigueur, le même calcul que pour former les tableaux détaillés eux-mêmes.

185. La table générale qui nous occupe et dont la formation est due principalement à M. Lesbros, nous permet, conjointement avec les courbes de la planche 7, de comparer avec la plus grande facilité les résultats de nos propres expériences avec ceux qui ont été obtenus par les divers expérimentateurs, pour le cas des orifices percés en mince paroi plane et complétement isolés des faces adjacentes du réservoir.

Les uns et les autres mettent notamment en évidence l'observation déjà faite plus haut (180) relativement à la faible différence qui existe entre les coefficiens des orifices de 1, de

Digitized by Google

2, de 3, de 5 et même de 10 centimètres, pour des charges sur le centre supérieures à $1^m,20$: la valeur de ces coefficiens s'écarte à peine de $\frac{1}{60}$ de 0,617 qui peut en être considéré comme la moyenne générale; or c'est à peu près là aussi la valeur moyenne du coefficient qui se conclut des expériences de Michelotti, de Bossut et d'autres observateurs habiles qui, dans presque tous les cas, ont opéré sur des charges qui surpassent $1^m,20$. Mais, ce qu'il y a surtout de remarquable dans cet accord, c'est que les orifices qu'ils ont soumis à l'expérience et dont les diamètres ou côtés se trouvaient compris entre 6 lignes et 6 pouces, étaient les uns circulaires, les autres carrés; ce qui semblerait démontrer, non pas, comme on l'a avancé jusqu'à présent, que *la forme de l'orifice est absolument sans influence*, mais bien que *la variation du coefficient de la dépense, du moins quant aux fortes charges, dépend essentiellement de la hauteur de l'orifice ou du plus petit intervalle compris entre ses bords opposés;* de telle sorte, par exemple, que, la largeur horizontale des orifices rectangulaires venant seule à changer, le coefficient reste sensiblement le même pour toutes les charges au-dessus de $1^m,20$ (1).

M. Bidone, il est vrai, a obtenu (7) une légère augmentation du coefficient de la dépense des orifices dont il s'agit

(1) Depuis la présentation de ce mémoire à l'Académie royale des sciences, M. d'Aubuisson a publié dans les *Annales de chimie et de physique*, tome XLIV, page 225, année 1830, des *Expériences sur l'écoulement des eaux par des orifices rectangulaires allongés*, dont les résultats s'accordent suffisamment bien avec les nôtres, eu égard à la différence des appareils et des dispositions, mais dont il tire une conséquence qu'il nous est impossible d'admettre malgré la compétence d'un tel juge, savoir; que, du moins sous de petites charges, le coefficient de la dépense n'est pas le même pour les orifices allongés que pour les orifices circulaires ou carrés.

Dans cette première série d'expériences exécutées au Château d'eau de Toulouse, et dont ce célèbre ingénieur a eu l'obligeance de nous communiquer les résultats détaillés, un orifice rectangulaire de $0^m,3$ de largeur sur $0^m,01$ de hauteur, pratiqué dans une feuille de fer-blanc mince, lui a donné, pour des charges sur le centre de l'orifice, exprimées en mètres, de..... 0,018 0,028 0,035 0,054 0,064 0,067 0,077 0,081,
des coefficiens de D' de..... 0,70 0,71 0,69 0,70 0,69 0,71 0,68 0,69.

Les anomalies que présentent ces nombres, et leur léger excès sur ceux que donnent nos

Digitized by Google

pour un accroissement progressif de leur largeur horizontale ; mais on peut attribuer cette circonstance à ce que, dans l'appareil dont il s'est servi, cette largeur devenait de plus en plus comparable à celle du réservoir ; ce qui produisait une diminution nécessaire de la contraction latérale de la veine.

186. La valeur moyenne 0,6216 du coefficient de la formule D', trouvée par cet auteur, ne s'accorde nullement d'ailleurs avec le résultat de nos propres expériences ; car ici l'orifice avait 9,25 millimètres de hauteur environ, et la charge est demeurée comprise entre 45 et 23 centimètres (voyez le mémoire cité au n° 8). Or, en consultant les nombres de la colonne du XIIe tableau qui est relative aux orifices de 10 millimètres de hauteur, on trouvera, pour les charges de 20 à 50 centimètres, le coefficient moyen 0,650 qui est de beaucoup supérieur à celui de M. Bidone. Nous ne pouvons attribuer une pareille différence qu'à la disposition particulière de l'appareil de cet auteur, dont l'orifice se trouvait un peu reporté en amont de la face générale du réservoir à laquelle il était adapté ; ce qui, d'après l'expérience connue de Borda, répétée par Venturi, devait nécessairement augmenter la grandeur de la contraction de la veine ; peut-

---

tables, peuvent être principalement attribués à l'incertitude dans la mesure des charges, qui se prenaient à $0^m,06$ seulement en amont de la paroi de l'orifice.

Dans une seconde série d'expériences exécutées par M. Castel, contrôleur des eaux de la ville de Toulouse, des orifices carrés de $0^m,01$ de côté et des orifices circulaires de $0^m,01$ de diamètre n'ont donné, pour des charges pareilles, les premiers que 0,64 à 0,66, et les seconds que 0,66 à 0,67 : mais, pour que ces expériences fussent exactement comparables aux précédentes, il faudrait qu'elles eussent été faites sur le même appareil et dans les mêmes circonstances ; ce que nous ignorons complétement ; car il se peut que la grande infériorité des derniers coefficiens sur les autres tienne, 1° à la manière de relever les charges, 2° à l'augmentation de la contraction effective, résultant de la position et de la petitesse des orifices par rapport au réservoir.

Quant à la troisième série d'expériences mentionnée dans la Notice de M. d'Aubuisson, et qui est relative à des orifices rectangulaires accolés de $0^m,10$ de longueur sur $0^m,0102$, nous n'entreprendrons pas d'en comparer les résultats aux nôtres, parce que la disposition particulière et la petitesse du réservoir devaient ici conduire à des différences notables dans les coefficiens.

Digitized by Google

être aussi que la méthode de mesurer la dépense réelle de liquide par l'observation de l'abaissement du niveau dans le réservoir porte avec elle des causes nécessaires d'une diminution de cette dépense comparée à celle que donnent les formules.

Nos résultats, au surplus, s'accordent beaucoup mieux avec ceux qui ont été obtenus par Mariotte, Daniel Bernoulli et M. Hachette (voyez les ouvrages déjà cités n°s 6 et 7), qui, en opérant sur des orifices circulaires de 5 à 16 millimètres de diamètre, ont généralement trouvé des coefficiens supérieurs même à 0,65.

Dans les expériences de Bernoulli, entre autres, relatives à un orifice de 9,3 millimètres de diamètre (*Hydrodynamique*, pages 79 et 80), le coefficient de la dépense a été de 0,699 et 0,685 pour des charges qui ont varié de 8 à 12 centimètres dans le premier cas, et de 31 à 33 centimètres dans le second; notre table donne moyennement 0,667 et 0,650 dans les mêmes circonstances.

Dans les expériences de Mariotte, un orifice de 6 lignes de diamètre ou 13,5 millimètres a fourni un coefficient un peu supérieur à 0,74, pour des charges de 1,6 et 8,8 centimètres sur le centre : le tableau n° XII indique, pour les mêmes charges et l'orifice de 1 centimètre, des coefficiens de D′ ayant pour valeurs 0,705 et 0,671. Avec le même orifice et une charge de 1^{m},78, Mariotte, il est vrai, a obtenu 0,699 pour le coefficient de la dépense, tandis que, d'après notre table, il ne serait que de 0,614 : mais la première valeur est évidemment trop forte; car Bossut, en opérant sur un orifice circulaire de même diamètre, sous des charges égales à 96 fois, 216 fois et jusqu'à 282 fois ce diamètre, a obtenu, pour coefficiens, seulement les nombres 0,625, 0,621, 0,623, qui s'accordent bien avec les résultats de nos propres expériences, quoiqu'ils leur soient encore un peu supérieurs;

Digitized by Google

ce qui est d'autant moins étonnant, que, d'après les expériences mêmes de cet auteur, les orifices circulaires doivent, à circonstances égales, donner des coefficiens un peu plus forts que les orifices carrés. Quant aux résultats de M. Hachette, il nous est impossible de les comparer à ceux de nos tables, attendu que nous ignorons la grandeur exacte des charges sur lesquelles il a opéré.

187. A cette occasion, on remarquera que les soins qui ont été pris pour mettre à arêtes vives les bords de nos orifices, permettent de prononcer affirmativement que *l'épaisseur de la paroi* n'a eu ici aucune influence appréciable sur l'augmentation du coefficient de la dépense pour les faibles ouvertures de vanne. On doit donc, en attendant de nouveaux éclaircissemens, se borner à admettre que le fait seul du rapprochement des bords opposés de l'orifice occasione une diminution dans la contraction extérieure de la veine, et que cette diminution devient surtout sensible lors des faibles charges au-dessus de ces mêmes bords. En effet, il serait absurde d'attribuer à la vîtesse moyenne du liquide, dans la section contractée, un accroissement aussi considérable que le supposent les valeurs du coefficient des formules de la dépense D et D', et la diminution de la contraction effective paraît être une conséquence nécessaire de ce que le lieu où elle s'opère s'éloigne de l'orifice à mesure que les côtés horizontaux de celui-ci se rapprochent (146).

188. Nous venons de comparer les résultats de notre table résumée avec ceux des autres expérimentateurs, pour les orifices au-dessous de 2 centimètres de diamètre avec des charges très-variées, et nous avons déjà fait précédemment la même comparaison pour les orifices dont l'ouverture surpasse 2 centimètres avec des charges, dans le réservoir, qui excèdent $1^{m},20$; quant aux cas des fortes ouvertures sous de petites charges, les expériences de cette espèce qui se rapportent à

Digitized by Google

la supposition où l'orifice est complétement isolé des faces latérales du réservoir, se réduisent à celles qui ont été mentionnées au n° 6 de ce mémoire. Or le XIIe tableau donne, pour les plus faibles charges sur le sommet de l'orifice, le coefficient de D′ égal à 0,644 quand l'ouverture est de 3 centimètres, et à 0,673 quand elle est de 2 centimètres, nombres qui diffèrent peu des résultats obtenus dans l'expérience du *pouce des fonteniers*, notamment par Bossut, dont le coefficient 0,65, quoiqu'un peu plus faible que ceux de Mariotte et de M. Hachette, paraît devoir inspirer la plus grande confiance.

Quant à la valeur 0,625 trouvée par Borda pour un orifice de 15 lignes ou 3^c,4 de diamètre, sous des charges qui ont varié entre 21 et 32 centimètres, on peut voir, par notre tableau, que, pour les mêmes charges de liquide, ce coefficient est environ 0,633, c'est-à-dire, plus fort d'environ $\frac{1}{78}$. Mais, d'après la disposition de l'orifice dans l'expérience de Borda, et la manière dont cet auteur mesurait les dépenses de liquide, il y a lieu de croire que la valeur du coefficient de la formule D′ devait se trouver un peu diminuée, de même que pour les expériences de M. Bidone citées plus haut (185).

189. Quoique nos résultats nous inspirent en eux-mêmes la plus grande confiance, et que leur certitude ne puisse à nos yeux être révoquée en doute, cependant les rapprochemens qui précèdent étaient trop satisfaisans pour ne pas nous y arrêter quelques instans, d'autant plus qu'ils nous conduisent à admettre, en attendant de nouvelles expériences, ce fait important, que « les valeurs des coefficiens des formules adop-
» tées pour calculer la dépense des orifices rectangulaires
» verticaux limités à la partie supérieure, sont sensiblement
» indépendantes de la largeur horizontale absolue de ces ori-
» fices, ou demeurent les mêmes à charge et à ouverture
» égales. »

Ces résultats permettent aussi d'affirmer, dès à présent,

Digitized by Google

que les produits d'eau fournis par les larges pertuis des usines et des écluses, quand ils sont complétement isolés des faces latérales et du fond du réservoir et que l'écoulement s'y fait comme en mince paroi, peuvent être calculés avec beaucoup d'exactitude par le moyen du tableau n° XII, c'est-à-dire, sans qu'on ait à craindre des erreurs qui excèdent $\frac{1}{150}$ ou $\frac{1}{100}$ de leur valeur réelle. Toutefois, comme le coefficient des formules D et D′ paraît diminuer un peu à charge égale à mesure que la hauteur des orifices augmente, il nous restera à tenter quelques nouvelles expériences relatives à des hauteurs de 30 à 50 centimètres, ainsi qu'il s'en présente parfois dans la pratique. Nous tâcherons aussi de faire des expériences sur des charges plus fortes que celles que nous avons jusqu'ici mises en usage; mais, attendu que les coefficiens varient peu dès que la charge excède $1^m,20$, on pourra provisoirement se servir, pour les plus fortes charges, des nombres inscrits dans le tableau n° XII, sans craindre en aucun cas de commettre des erreurs qui excèdent $\frac{1}{100}$ de leur véritable valeur.

Courbes et Tables d'interpolation relatives aux orifices découverts; Rappel des résultats déjà antérieurement connus.

190. Passons maintenant aux expériences concernant les orifices en déversoir, dont les résultats sont consignés dans les tableaux n°s III et X, et occupons-nous plus spécialement des nombres de ce dernier, qui nous semblent mériter une confiance entière.

Ici, les coefficiens des formules de la dépense (*voyez les observations en tête des tableaux*)

$$d = lh\sqrt{2gh},\quad d' = 2,5261\,lh^{\frac{3}{2}},\quad D = l(h-h')\sqrt{2g\left(\frac{h+h'}{2}\right)},$$
$$D' = \tfrac{2}{3}l\left(h\sqrt{2gh} - h'\sqrt{2gh'}\right),$$

Digitized by Google

ces coefficiens, dis-je, vont continuellement en augmentant à partir des plus fortes charges h sur la base de l'orifice; mais ils présentent cette circonstance particulière, que leur valeur varie extrêmement peu aux environs de la charge de 13 à 14 centimètres. Aussi, en construisant les courbes d'interpolation qui leur sont relatives, trouve-t-on qu'elles offrent toutes une inflexion vers le point qui correspond à la charge dont il s'agit. Les courbes données par les formules d et d' étant d'ailleurs les mêmes, à la position près, on s'est contenté de construire celle qui représente les valeurs des coefficiens de la première, en adoptant les mêmes conventions que pour la figure D (181), si ce n'est qu'ici les abscisses ou charges totales sont construites sur une échelle de grandeur naturelle, et que l'axe de ces abscisses est choisi de telle sorte que les ordonnées représentent les valeurs des coefficiens diminuées de 0,400.

On peut voir sur la figure F de la planche 7 le tracé de cette courbe qui a servi à construire par interpolation la partie de droite du tableau n° XII, dans laquelle on a laissé en évidence, comme pour les courbes de la figure D, les points qui résultent des données mêmes de l'expérience. On remarquera encore ici que ces points sont assujettis à une loi dont la continuité est, pour ainsi dire, parfaite.

191. La courbe qui nous occupe a, dans toute l'étendue de son cours qui répond aux charges de liquide soumises à l'expérience, une forme très-approchante de celle d'une parabole cubique; en prenant, en effet, pour représenter les valeurs des coefficiens de la formule d, la fonction $0,3937 - 14,2\,(h - 0,137)^3$, on retrouve ces valeurs à moins de $\frac{1}{100}$ près. Mais, comme cette fonction est susceptible de devenir nulle et même négative pour les valeurs de h qui surpassent $0^m,44$, il est clair qu'elle n'exprime pas la marche véritable des coefficiens, et qu'elle ne peut être employée que pour des

Digitized by Google

charges qui surpasseraient peu celles qui ont été mises en expérience.

C'est aussi pourquoi les charges inscrites dans la table ci-dessus n'excèdent point $0^m,22$ de hauteur; car les courbes d'interpolation ne pouvaient, sans inconvénient pour l'exactitude, être prolongées beaucoup au-delà du point qui correspond à cette charge.

L'incertitude étant beaucoup moindre pour les petites valeurs des abscisses, et la direction de la branche qui leur appartient étant déterminée par plusieurs points successifs, on a pu, sans crainte d'erreurs graves, la prolonger jusqu'à des charges très-voisines de zéro, ainsi qu'on le voit par les nombres de la table. Néanmoins il paraît évident que la courbe ne doit pas se prolonger indéfiniment du côté de l'axe des ordonnées, et doit revenir brusquement sur elle-même de façon à donner un coefficient nul pour les très-petites charges où l'action capillaire de la paroi de l'orifice finit par contre-balancer entièrement celle de la gravité (167).

Il est encore évident que la branche inférieure de la courbe, au lieu de se prolonger indéfiniment en suivant un cours parabolique, comme l'indique la figure, doit, dans la réalité, subir un nouveau changement de forme à une certaine distance au-dessous du premier point d'inflexion, puis reprendre une direction qui soit asymptote d'une droite parallèle à l'axe des abscisses, et située beaucoup plus près de cet axe que la parallèle qui répond à l'ordonnée négative — 0,400. Autrement, en effet, la valeur du coefficient pourrait encore devenir nulle ou négative; ce qui est impossible. Il faudrait de nouvelles expériences sur des charges beaucoup plus fortes que 20 centimètres, pour mettre ces circonstances en évidence, et pour qu'il fût permis de hasarder quelques recherches sur la loi qui est alors suivie par les coefficiens de la formule.

Digitized by Google

192. On remarquera, dans la première colonne de la table qui nous occupe, les charges de $0^m,217$, $0^m,1124$, $0^m,0591$, $0^m,0373$, $0^m,0261$, $0^m,0146$, qui interrompent la suite naturelle formée par les autres charges; elles se rapportent à celles qui correspondent à l'instant de la formation du déversoir pour les orifices fermés à la partie supérieure de 20, de 10, de 5, de 3, de 2 et de 1 centimètre. On les a ainsi intercalées pour mettre en état de comparer aisément entre elles les valeurs des coefficiens qui doivent affecter les formules D et D′, considérées comme applicables à-la-fois aux orifices découverts et non découverts, quand on y substitue pour h les charges totales dont il s'agit, et, pour h', les charges moyennes sur le sommet ou les dépressions. En extrayant, par exemple, des deux tables qui composent le tableau n° XII, les valeurs dont il s'agit relatives à la formule D, on arrive à ce résultat :

Charges totales.....		$0^m,217$	$0^m,1124$	$0^m,0591$	$0^m,0373$	$0^m,0261$	$0^m,0146$
Coefficiens pour les orifices.....	fermés..	0,569	0,591	0,606	0,631	0,661	0,706
	découv.	0,572	0,594	0,624	0,657	0,688	0,759

Or la comparaison des coefficiens, dans les deux cas, montre que leur différence, qui est presque nulle pour la charge de $0^m,217$, croît de plus en plus à mesure que la charge ou la hauteur de l'orifice diminue : circonstance dont la cause est facile à saisir (138 et suiv.); car l'adhérence qui a lieu contre le bord supérieur des orifices fermés exerce d'autant plus d'influence pour soulever la surface libre du liquide, que leur hauteur est elle-même moindre, et l'effet de ce soulèvement est de donner à la section de la veine, comprise dans le plan de l'orifice, une aire un peu plus forte que celle qu'elle possède naturellement dans le cas où le déversoir se trouve complétement formé sous la même charge totale de liquide.

Digitized by Google

charge qui est toujours censée mesurée fort en avant dans le réservoir.

En d'autres termes, les valeurs de h' qui entrent dans la formule D, ou, ce qui revient au même, dans

$$l\sqrt{2g\frac{(h-h')(h^2-h'^2)}{2}},$$

sont réellement un peu plus fortes pour les orifices découverts que pour ceux qui ne le sont pas, la charge h restant la même; de sorte que cette formule donne aussi moins dans le premier cas que dans le second. Ce fait, étant d'accord avec l'augmentation même du coefficient, semblerait prouver que les dépenses effectives sont à très-peu près égales dans les deux cas, malgré l'action capillaire exercée dans l'un sur le sommet de l'orifice. C'est ce qu'il eût été intéressant de vérifier directement sur l'orifice de 1 ou de 2 centimètres de hauteur, par exemple, en recueillant le produit d'eau à l'instant où le déversoir est près de se former, et à celui où il est complétement formé sous la même charge totale au-dessus de sa base.

193. Comme il a été fait par différens auteurs un grand nombre d'expériences sur les déversoirs, nous en avons ici réuni les résultats en un même tableau, afin de pouvoir les comparer facilement aux nôtres. M. Navier ayant déjà rapporté, dans l'*avertissement* de sa nouvelle édition de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor, page XII, les résultats des expériences de Dubuat, de Brindley et Smeaton, calculés d'après la formule $d'=2,5261\ lh^{\frac{1}{2}}$, nous avons adopté la même disposition pour la table qui suit, et nous n'avons eu qu'à y ajouter les résultats dus à MM. Bidone, Eytelwein et Christian, qui se trouvent consignés dans les ouvrages de ces auteurs souvent cités dans le cours du présent mémoire.

Digitized by Google

NOMS des AUTEURS.	CHARGE TOTALE sur le fond de l'orifice.	LARGEUR de L'ORIFICE.	VOLUME D'EAU dépensé par seconde.	RAPPORT DE LA DÉPENSE effective à la dépense théorique.	RAPPORT DÉDUIT des nouvelles expériences.
	mètres.	mètres.	mètres.		
Eytelwein	0 ,3925	0 ,1570	0 ,072044	0, 739	"
	0 ,2826	0 ,2612		0, 726	"
	0 ,2261	0 ,3668		0, 740	0, 677
	0 ,1871	0 ,4710		0, 749	0, 687
Dubuat	0 ,1714	0 ,4670	0 ,061699	0, 737	0, 689
Bidone	0 ,1692	0 ,0775	0 ,009815	0, 721	0, 689
Smeaton et Brindley	0 ,1651	0 ,1524	0 ,018877	0, 731	0, 689
Eytelwein	0 ,1507	0 ,6738	0 ,072044	0, 724	0, 689
Smeaton et Brindley	0 ,1429	0 ,1524	0 ,013450	0, 647	0, 689
	0 ,1270	0 ,1524	0 ,012317	0, 707	0, 691
Dubuat	0 ,1184	0 ,4670	0 ,035241	0, 733	0, 691
Eytelwein	0 ,1080	1 ,0827	0 ,072044	0, 741	0, 691
Bidone	0 ,1008	0 ,1708	0 ,096956	0, 702	0, 693
Dubuat	0 ,0812	0 ,4670	0 ,019923	0, 730	0, 696
Smeaton et Brindley	0 ,0794	0 ,1524	0 ,06088	0, 707	0, 696
Bidone	0 ,0709	0 ,0775	0 ,003583	0, 701	0, 698
Smeaton et Brindley	0 ,0587	0 ,1524	0 ,04073	0, 744	0, 704
Dubuat	0 ,0451	0 ,4670	0 ,08569	0, 758	0, 712
Smeaton et Brindley	0 ,0413	0 ,1524	0 ,02407	0, 745	0, 714
	0 ,0347		0 ,01921	0, 772	0, 717
	0 ,0317		0 ,01737	0, 799	0, 723
	0 ,0254		0 ,01298	0, 833	0, 727
Christian	0 ,0800	0 ,2000	0 ,09000	0, 787	0, 696
	0 ,0800		0 ,01731	0, 757	0, 696
	0 ,0700		0 ,014062	0, 751	0, 698
	0 ,0600	0 ,4000	0 ,011250	0, 758	0, 704
	0 ,0500		0 ,008490	0, 752	0, 709
	0 ,0400		0 ,00600	0, 742	0, 714
	0 ,0400	0 ,2000	0 ,003061	0, 757	0, 714
	0 ,0300	0 ,4000	,003629	0, 691	0, 723
	0 ,0260	0 ,4000	0 ,001844	0, 645	0, 732
	0 ,0200	0 ,2000	0 ,000945	0, 660	0, 732
	0 ,0100	0 ,4000	0 ,000659	0, 636	0, 744

Digitized by Google

194. Dans ce tableau, nous avons classé à part les résultats des expériences de M. Christian, parce qu'ils font complétement anomalie avec les autres, puisqu'ils indiquent que les coefficiens à appliquer à la formule $2,5261\, lh^{\frac{1}{2}}$ vont continuellement en diminuant à partir des plus fortes charges, au lieu d'augmenter, comme cela résulte clairement des expériences de Dubuat, de Smeaton et Brindley et des nôtres. Le petit nombre des résultats dus à M. Bidone semblent, il est vrai, d'accord sur ce point avec ceux de M. Christian; mais, comme ces résultats diffèrent assez peu entre eux, on peut attribuer les anomalies qu'ils présentent à quelque erreur fortuite dans les observations. Nous ne rechercherons pas quelles sont, dans les expériences de MM. Bidone et Christian, les causes qui ont pu ainsi renverser la marche naturelle des coefficiens, marche qui se manifeste pour tous les cas, quand on passe des grands aux petits orifices; nous insisterons seulement sur le fait que présentent les coefficiens déduits de nos expériences, lesquels, à charge égale, sont généralement plus faibles que ceux des divers autres expérimentateurs (1).

195. En remarquant une pareille différence qui s'élève souvent à $\frac{1}{10}$ ou même à $\frac{1}{5}$ de la valeur totale, nous nous sommes demandé tout d'abord si elle ne proviendrait pas de la grandeur relative de l'orifice et du réservoir que nous avons employés. En effet, la largeur de ce dernier surpassait 18 fois celle de l'orifice, et la profondeur du liquide n'y a jamais été inférieure à $0^m,56$; tandis que, dans les expériences des observateurs cités, la différence entre les dimensions de l'orifice et

(1) M. d'Aubuisson nous a communiqué, en juin 1830, le résultat d'expériences inédites qu'il a faites sur un orifice en déversoir de $0^m,30$ de largeur. D'après ces expériences,

Pour les charges totales de	$0^m,0325$	$0^m,047$	$0^m,043$	$0^m,0367$	$0^m,024$
Les coefficiens de d' sont	0 ,723	0 ,733	0 ,723	0 ,721	0 ,724

Ces nombres, quoique généralement plus forts que ceux de notre table pour les mêmes charges de liquide, s'en écartent cependant bien moins que de ceux qui leur correspondent d'après les expériences des autres observateurs.

Digitized by Google

du réservoir a généralement été beaucoup moindre : mais, en considérant que, dans les expériences de MM. Bidone et Eytelwein, dont l'authenticité ne saurait être révoquée en doute, et où la largeur du réservoir a varié depuis une fois jusqu'à huit fois celle de l'orifice, le coefficient de la formule n'a pas changé d'une manière sensible, nous ne pouvons rejeter positivement sur une augmentation de la contraction effective cette infériorité de nos résultats, et elle doit être due à quelque différence essentielle dans la manière d'opérer, soit en relevant les charges de liquide dans le réservoir, soit en jaugeant les dépenses; ici, en effet, les moindres erreurs commises sur le résultat de ces deux mesures peuvent exercer la plus grande influence.

Dans nos expériences, ces charges et ces dépenses ont été prises avec toutes les précautions imaginables (117); nous ne saurions donc conserver aucun doute sur la véritable valeur des coefficiens qui se rapportent à notre appareil : cette valeur est généralement d'accord d'ailleurs avec les résultats des autres expériences que nous avons faites dans les années 1827, 1828 et 1829, sur les faibles dépenses des orifices.

Quoi qu'il en soit, il nous semble qu'en attendant de nouvelles expériences plus décisives encore, on doit adopter nos résultats avec une entière confiance pour tous les cas où l'orifice est pratiqué dans une paroi plane et mince, et se trouve situé à une distance fort grande du fond et des faces latérales du réservoir. Dans notre prochain mémoire, nous examinerons ce qui arrive en général lorsque les orifices sont très-rapprochés de ces faces ou de ces fonds, et qu'ils sont prolongés extérieurement par des parois épaisses ou par un canal découvert à la partie supérieure; dispositions qui se rapportent essentiellement à celles qui sont adoptées dans la pratique.

FIN DU MÉMOIRE.

Digitized by Google

NOTE,

PAR M. LESBROS.

FORMULES POUR CALCULER DIRECTEMENT LES DÉPENSES EFFECTIVES DES ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE.

Cette note aurait dû naturellement trouver place dans le mémoire précédent, qui renferme les idées de M. Poncelet et les miennes sur les expériences que nous avons faites; elle est insérée à la suite sous mon nom seul, parce que, rédigée en l'absence de mon collaborateur, pendant que je dirigeais l'impression du mémoire, elle n'a pas été terminée assez tôt pour pouvoir être fondue dans le corps de l'ouvrage.

En examinant attentivement les coefficiens de la formule D (*tableau* n° XII), relatifs au cas où le niveau de l'eau est relevé en un point où ce liquide est parfaitement stagnant, j'ai remarqué que, pour les orifices dont les hauteurs sont de 20, de 10 et de 5 centimètres, la différence des coefficiens est à peu près constante, lorsque les charges sont entre elles dans le même rapport que ces hauteurs : elle est de 0,0135 quand on compare l'orifice de 20 centimètres à celui de 10, et de 0,027 quand on le compare à celui de 5. Cette différence est encore constante, dans certains cas, pour les orifices de 3, de 2, de 1 centimètre de hauteur, et elle a en général pour valeur $0{,}0135.n$, n exprimant la puissance à laquelle il faut élever la fraction $\frac{1}{2}$ pour produire un nombre égal au rapport des deux orifices que l'on considère. D'après cela, r étant

Digitized by Google

ce rapport, c et c′ les coefficiens relatifs à des charges h et h' telles que $\frac{h}{h'} = r$, on aura

$$\left(\tfrac{1}{2}\right)^n = r, \text{ d'où } n = -\frac{\log(r)}{\log(2)} = -3{,}322\log(r);$$

$$c - c' = 0{,}0135n = -0{,}0135 \times 3{,}322\log(r) = -0{,}045\log(r).$$

Cette relation donne, les uns en fonction des autres et avec un degré d'approximation très-satisfaisant, les coefficiens de la dépense des orifices de 20, de 10 et de 5 centimètres de hauteur, pour toutes les charges comprises dans les limites de nos expériences. J'en ai conclu que, si je parvenais à trouver l'expression générale du coefficient relatif à l'un d'eux, je la rendrais applicable à-la-fois à ces trois orifices, en y ajoutant la quantité $-0{,}045\log(r)$. De plus, comme quelques-uns des résultats qui concernent les orifices de 3, de 2, de 1 centimètre de hauteur satisfont à la relation précédente, et que les autres donnent lieu à des différences entre le calcul et l'expérience qui paraissent suivre une certaine loi, j'espérais qu'il ne me serait pas impossible de modifier la formule obtenue pour les trois premiers, de manière à l'étendre aux trois derniers.

Mes recherches se sont naturellement portées sur l'orifice carré de 20 centimètres de côté, dont la courbe des coefficiens (*planche 7, fig.* D) paraît la plus simple. Cependant elle est encore au moins du troisième degré, et les difficultés que présente la détermination de son équation m'ont suggéré l'idée de substituer aux coefficiens les dépenses réelles elles-mêmes, que j'ai prises pour ordonnées en conservant pour abscisses les charges correspondantes sur le sommet de l'orifice. J'ai obtenu ainsi une courbe analogue à une parabole dont l'axe serait parallèle à celui des abscisses, et que, pour ce motif, j'ai représentée par $(E' - a)^2 = b(h' + c)$, E' exprimant la dépense réelle par seconde, et h' la charge sur le

Digitized by Google

sommet de l'orifice, mesurée en un point où le liquide est stagnant. Ayant déterminé les constantes a, b et c de cette équation, au moyen des données de trois expériences, prenant le décimètre et le litre pour unités et nommant g la gravité, j'ai trouvé $E' = 2,3747\sqrt{2g(h'+0,727)} + 3,114$. Cette formule très-simple donne avec beaucoup d'exactitude la dépense réelle de l'orifice de 20 centimètres; car la plus grande différence entre les résultats calculés et ceux fournis par les expériences s'élève à peine à $\frac{1}{200}$ de la valeur de ces derniers.

Il devient facile, d'après ce qui précède, d'établir une équation qui donne directement, sans l'emploi des formules théoriques en usage, la dépense réelle de tous les orifices dont les coefficiens satisfont à la relation $C - C' = -0,045 \log(r)$. En effet, soient E la dépense effective par seconde exprimée en litres, l et o la largeur et la hauteur de l'un de ces orifices, E', l' et o', les mêmes quantités pour l'orifice carré de 20 centimètres de côté, h et h' deux charges sur le sommet telles que $\frac{h}{h'} = \frac{o}{o'} = r$; l'on aura

$$C - C' = \frac{E}{lo\sqrt{2g(h+\frac{o}{2})}} - \frac{E'}{l'o'\sqrt{2g(h'+\frac{o'}{2})}} = -0,045 \log\left(\frac{o}{o'}\right).$$

Si l'on fait attention que $h = \frac{o'h}{o}$, et qu'on remplace l' et o' par leur valeur 2, puisque nous prenons le décimètre pour unité, il viendra

$$\frac{E}{lo\sqrt{2g(h+\frac{o}{2})}} - \frac{E'}{4\sqrt{2g(\frac{oh}{o'}+1)}} = -0,045 \log\left(\frac{o}{2}\right);$$

d'où l'on tire

$$E = lo\left\{\frac{E'\sqrt{o}}{4\sqrt{2}} - 0,045 \log\left(\frac{o}{2}\right)\sqrt{2g(h+\frac{o}{2})}\right\}.$$

Mettant pour E' sa valeur trouvée précédemment, après avoir

Digitized by Google

substitué à h' sa valeur $\frac{2h}{o}$, et effectuant les calculs, on obtient enfin

$$E = lo\left\{0,594\sqrt{2g(h+0,364.o)} - 0,045\log\left(\frac{o}{2}\right)\sqrt{2g\left(h+\frac{o}{2}\right)} + 0,55\sqrt{o}\right\}.$$

Cette formule reproduit avec beaucoup de précision les dépenses réelles des orifices de 20, de 10 et de 5 centimètres de hauteur, mais elle ne saurait être appliquée immédiatement à la plupart des résultats qui concernent de plus petites ouvertures; et il m'a paru si difficile de la modifier convenablement, que j'ai préféré chercher la loi des dépenses réelles pour chacun des orifices soumis à l'expérience, sauf à comprendre ensuite dans une même formule, si c'est possible, toutes les équations ainsi obtenues. J'ai suivi, à cet effet, la même marche que pour l'orifice de 20 centimètres, et j'ai trouvé des courbes analogues à des paraboles dont les axes ne seraient pas parallèles à celui des abscisses. C'est pourquoi, conservant les mêmes dénominations que précédemment, je les ai représentées par

$$E^2 + ahE + \frac{a^2}{4}h^2 + bE + ch + d = 0.$$

Ayant déterminé a, b, c et d au moyen des données des expériences, j'ai obtenu pour chaque orifice une expression de la forme

$$E = \alpha\sqrt{2g(h+\beta)} - \gamma h + \delta,$$

dans laquelle α, β, γ et δ sont des quantités constantes dont les valeurs, calculées en prenant le décimètre et le litre pour unités, sont consignées dans la table suivante.

Digitized by Google

TABLE DES VALEURS DES CONSTANTES DANS LES ÉQUATIONS QUI DONNENT LA DÉPENSE EFFECTIVE DE CHAQUE ORIFICE EN PARTICULIER.

HAUTEURS DES ORIFICES en décimètres, ou valeurs de o.	VALEURS, POUR CHAQUE ORIFICE, DES CONSTANTES			
	α.	β.	γ.	δ.
1	2	3	4	5
	+	+	—	+
2,0	2,3747	0,727	0	3,114
1,0	1,2615	0,419	0,139	0,083
0,5	0,6366	0,197	0,076	0,183
0,3	0,3760	0,115	0,025	0,223
0,2	0,2616	0,086	0,0508	0,080
0,1	0,1323	0,045	0,0348	0,055

Pour lier ces six équations entre elles et en déduire une formule générale, j'ai construit quatre courbes en prenant pour abscisses les hauteurs o des orifices (colonne 1), et pour ordonnées les valeurs correspondantes de α, β, γ et δ (colonnes 2, 3, 4 et 5). Les deux premières, quoique s'écartant peu de la ligne droite, ont une double inflexion assez sensible; mais, en divisant chaque ordonnée ou valeur de α et de β par la hauteur o de l'orifice auquel elle se rapporte, on obtient deux nouvelles courbes dont la forme est analogue à celle de l'hyperbole. La troisième (celle des γ) a un jarret très-prononcé dans le voisinage de l'ordonnée relative à l'ori-

Digitized by Google

fice de 3 centimètres de hauteur; toutefois ce jarret s'adoucit beaucoup en divisant γ par o, comme on l'a fait pour α et pour β. Enfin la courbe des δ a plusieurs inflexions que ni la division ni la multiplication par o ne modifient.

J'ai représenté les deux courbes qui ont pour ordonnées $\frac{\alpha}{o}$ et $\frac{\beta}{o}$ par les équations très-simples:

$$\left(\frac{\alpha}{o} - a\right)(o - b) = c\ (1), \quad \left(\frac{\beta}{o} - a'\right)(o - b') = c'\ (2).$$

Mais, quelque combinaison que j'aie pu faire des valeurs de α et de β pour déterminer les constantes a, b et c, a', b' et c', je n'ai point réussi à obtenir des équations qui reproduisissent avec un degré d'approximation bien satisfaisant toutes les données portées dans les colonnes n°s 2 et 3 du tableau précédent, et la méthode des carrés des moindres erreurs que j'ai essayée ne m'a pas conduit à de meilleurs résultats. Il faudrait sans doute exprimer $\frac{\alpha}{o}$ et $\frac{\beta}{o}$ par des fonctions plus compliquées de o; mais j'ai pu m'en dispenser, parce que j'ai remarqué qu'en assujettissant les équations 1 et 2, ainsi que celle de la courbe qui a pour ordonnées $\frac{\gamma}{o}$, à satisfaire simultanément aux valeurs de α, de β et de γ relatives aux orifices de 1, de 2 et de 5 centimètres de hauteur, il s'établit pour les trois autres orifices une sorte de compensation entre les deux termes $\alpha\sqrt{2g(h+\beta)}$ et γh de l'expression de la dépense : c'est-à-dire que, lorsque la valeur calculée du premier, qui est positif, est trop forte, celle du second, qui est négatif, est aussi trop forte, et réciproquement, en sorte que les différences sont à peu près détruites.

Si l'on trace, en effet, la courbe des valeurs de $\frac{\gamma}{o}$, en la

Digitized by Google

faisant passer par les points dont les abscisses sont 1, 2 et 5 centimètres, elle prend forcément, pour être continue et sans double inflexion, une direction telle, que ses ordonnées se trouvent trop petites ou trop grandes lorsque $\alpha\sqrt{2g(h+\beta)}$ est lui-même trop faible ou trop fort. Cette dernière courbe paraissant se rapprocher d'une hyperbole dont les asymptotes couperaient les axes des coordonnées, je l'ai représentée par $\frac{\gamma}{o} = \frac{m(o+n)^2+p}{o+q}$, équation qui a seulement un terme de plus que celle de l'hyperbole équilatère, et dont j'ai calculé les constantes m, n, p et q au moyen des coordonnées des trois points dont il s'agit, et de celles d'un quatrième point que je me suis donné.

Les valeurs de δ sont une conséquence de celles obtenues pour α, β et γ, puisqu'on doit avoir

$$\delta = \text{E} - \alpha\sqrt{2g(h+\beta)} + \gamma h.$$

Je les ai calculées pour tous les orifices et pour toutes les charges, et j'ai trouvé qu'elles sont, à très-peu de chose près, constantes pour un même orifice, et, de plus, qu'en les prenant pour ordonnées elles produisent une courbe de la nature de l'hyperbole. Mais je n'ai pu la représenter avec quelque rigueur, et de manière à satisfaire à ce qui concerne l'orifice de 3 centimètres de hauteur, que par une équation complète du second degré : cette équation se simplifierait si l'on faisait abstraction de ce dernier orifice, et l'expression de la dépense donnerait des résultats encore plus exacts pour les autres.

En suivant la marche que je viens d'indiquer, continuant à prendre le décimètre et le litre pour unités, et à nommer $g = 98{,}088$ décimètres la gravité, je suis parvenu, après de nombreux essais et de longs calculs, aux expressions suivantes

Digitized by Google

des valeurs de α, β, γ et δ, qui entrent dans la formule $E = \alpha\sqrt{2g(h+\beta)} - \gamma h + \delta$ (G) :

$$\alpha = \left(\frac{0,125}{o+1,13} + 0,56\right) lo,$$

$$\beta = \left(\frac{0,043}{o+0,28} + 0,339\right) o,$$

$$\gamma = -\left\{\frac{0,0186\,(o-1,255)^2 - 0,0523}{o+0,0489}\right\} lo,$$

$$\delta = \left\{0,63\sqrt{(o-0,62)^2+0,17} + 0,52.o - 0,44\right\} l.$$

Ainsi, la largeur l et la hauteur o d'un orifice étant données, on calculera aisément α, β, γ, δ, et alors la dépense effective E, relative à une charge quelconque h sur le sommet, se déduira de l'équation (G) qui est très-simple.

J'ai appliqué à tous les orifices que nous avons soumis à l'expérience cette formule générale, ainsi que les formules relatives à chaque orifice en particulier trouvées précédemment, et j'en ai consigné les résultats, que j'appelle E″ et E′, dans les 6ᵉ et 4ᵉ colonnes du tableau suivant. Afin qu'on puisse juger du degré d'approximation que donnent ces formules, j'ai pris les différences entre les dépenses calculées et les dépenses effectives E (3ᵉ colonne) déduites des expériences elles-mêmes, au moyen des coefficiens définitifs compris dans les tableaux détaillés, et j'ai porté dans les 5ᵉ et 7ᵉ colonnes leurs rapports à ces dernières quantités.

Digitized by Google

TABLEAU DES DÉPENSES EFFECTIVES DES ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE, TELLES QUE LES DONNE L'EXPÉRIENCE, COMPARÉES AUX DEPENSES DES MÊMES ORIFICES CALCULÉES PAR LES FORMULES QUI FONT L'OBJET DE CETTE NOTE.

La charge de fluide est prise, dans le réservoir, à $3^m,50$ en amont des orifices.
La largeur commune à tous les orifices est de $0^m,20$.

NUMÉROS D'ORDRE.	DONNÉES de l'expérience.		RÉSULTATS CALCULÉS par la formule relative				OBSERVATIONS PARTICULIERES.
			À CHAQUE ORIFICE en particulier.		À TOUS LES ORIFICES en général.		
	CHARGES sur le sommet des orifices, ou valeurs de h.	DÉPENSES effectives par seconde, ou valeurs de ε.	Dépenses par seconde, ou valeurs de ε'.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{\varepsilon'-\varepsilon}{\varepsilon}$.	Dépenses par seconde, ou valeurs de ε''.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{\varepsilon''-\varepsilon}{\varepsilon}$.	
1	2	3	4	5	6	7	
	ORIFICE CARRÉ DE 20 CENTIMÈTRES DE CÔTÉ.						
	mètres.	litres.	litres.		litres.		
1	0,0170	34,481	34,604	+0,0036	34,632	+0,0044	
2	0,0220	35,471	35,471	0,0000	35,508	+0,0010	
3	0,0600	41,639	41,427	—0,0051	41,516	—0,0030	
4	0,1420	51,886	51,842	—0,0008	52,010	+0,0024	
5	0,3005	67,289	67,361	+0,0011	67,588	+0,0045	
6	0,4690	80,519	80,519	0,0000	80,762	+0,0030	
7	0,8525	104,501	104,276	+0,0022	104,465	—0,0003	
8	1,1250	118,078	118,219	+0,0012	118,332	+0,0022	
9	1,2150	122,659	122,406	—0,0021	122,549	—0,0009	
10	1,3323	127,817	127,778	—0,0003	127,827	+0,0001	
11	1,3720	129,527	129,527	0,0000	129,564	+0,0003	
12	3,0000	187,473	187,474	0,0000	186,788	+0,0017	
	ORIFICE DE 10 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR						
1	0,0124	11,078	13,089	+0,0008	13,067	—0,0008	
2	0,0130	13,160	13,160	0,0000	13,140	—0,0015	
3	0,0640	18,179	18,179	0,0000	18,242	+0,0035	
4	0,4318	37,939	37,938	0,0000	37,972	+0,0009	
5	0,9572	54,676	54,600	—0,0014	54,577	—0,0018	
6	1,5054	67,491	67,488	0,0000	67,454	—0,0005	
7	3,0000	93,287	93,256	—0,0003	93,434	+0,0016	

Digitized by Google

SUITE DU TABLEAU DES DÉPENSES EFFECTIVES DES ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE, &c.

NUMÉROS D'ORDRE.	DONNÉES de l'expérience.		RÉSULTATS CALCULÉS par la formule relative				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
			À CHAQUE ORIFICE en particulier.		À TOUS LES ORIFICES en général.		
	CHARGES sur le sommet des orifices, ou valeurs de h.	DÉPENSES effectives par seconde, ou valeurs de E.	Dépenses par seconde, ou valeurs de E'.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{E'-E}{E}$.	Dépenses par seconde, ou valeurs de E''.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{E''-E}{E}$.	
1	2	3	4	5	6	7	
	ORIFICE DE 5 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.						
	mètres.	litres.	litres.		litres.		
1	0,0091	4,956	4,961	+0,0010	4,960	+0,0008	
2	0,0113	5,142	5,139	—0,0006	5,137	—0,0010	
3	0,0216	5,896	5,897	+0,0002	5,896	0,0000	
4	0,0808	9,050	9,061	+0,0012	9,059	+0,0010	
5	0,1875	12,873	12,875	+0,0002	12,873	0,0000	
6	0,4520	19,207	19,207	0,0000	19,202	—0,0003	
7	1,0558	28,747	28,622	—0,0043	28,621	—0,0044	
8	1,6614	35,494	35,478	—0,0005	35,476	—0,0005	
9	1,6649	35,514	35,519	+0,0001	35,512	—0,0001	
10	3,0000	46,683	46,900	+0,0046	46,898	+0,0046	
	ORIFICE DE 3 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.						
1	0,0051	2,359	2,367	+0,0034	2,360	+0,0004	Lorsque la charge est de $0^m,0073$, le déversoir est sur le point de se former, et il le serait sans l'adhérence qui retient le liquide contre le sommet de l'orifice; c'est par suite de son action qu'on a pu, sans que l'orifice fût découvert, recueillir la dépense relative à la charge de $0^m,0051$, quoiqu'elle soit de 2,2 millimètres plus faible que celle qui correspond à l'instant où l'orifice se remplit entièrement de liquide, lorsqu'on fait monter lentement le niveau de l'eau au lieu de le faire descendre.
2	0,0073	2,504	2,504	0,0000	2,498	—0,0024	
3	0,0417	4,050	4,053	+0,0007	4,064	+0,0035	
4	0,1925	7,672	7,696	+0,0031	7,758	+0,0112	
5	0,4501	11,434	11,425	—0,0008	11,514	+0,0070	
6	0,4615	11,573	11,560	—0,0011	11,650	+0,0067	
7	1,0790	17,404	17,343	—0,0035	17,404	0,0000	
8	1,3660	19,437	19,425	—0,0006	19,455	+0,0009	
9	3,0000	28,010	28,369	+0,0128	28,123	+0,0040	

Digitized by Google

SUITE DU TABLEAU DES DÉPENSES EFFECTIVES DES ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE, &c.

NUMÉROS D'ORDRE.	DONNÉES de l'expérience.		RÉSULTATS CALCULÉS par la formule relative				OBSERVATIONS PARTICULIERES.
			À CHAQUE ORIFICE en particulier.		À TOUS LES ORIFICES en général.		
	CHARGES sur le sommet des orifices, ou valeurs de s.	DÉPENSES effectives par seconde, ou valeurs de z.	Dépenses par seconde, ou valeurs de z'.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{z'-z}{z}$.	Dépenses par seconde, ou valeurs de z''.	Différences proportionnelles, ou valeurs de $\frac{z''-z}{z}$.	
1	2	3	4	5	6	7	
	ORIFICE DE 2 CENTIMÈTRES DE HAUTEUR.						
	mètres.	litres.	litres.		litres.		
1	0,0061	1,486	1,480	—0,0040	1,470	—0,0108	La charge de $0^m,0061$ correspond à l'instant de la formation du déversoir; il n'a point été fait d'expérience sur cette charge, et le résultat porté dans la colonne n° 3 a été obtenu en prolongeant la courbe des coefficiens (*planche 7, fig.* D).
2	0,0103	1,667	1,666	—0,0006	1,656	—0,0066	
3	0,1014	3,870	3,870	0,0000	3,861	—0,0023	
4	0,3820	7,122	7,127	+0,0007	7,117	—0,0007	
5	0,9752	11,119	11,077	—0,0038	11,067	—0,0047	
6	1,3425	12,853	12,865	+0,0009	12,855	+0,0002	
7	1,3641	12,945	12,962	+0,0013	12,951	+0,0005	
8	1,3102	13,031	13,074	+0,0033	13,067	+0,0028	
9	3,0000	18,688	18,653	—0,0019	18,643	—0,0024	
	ORIFICE DE 1 CENTIMÈTRE DE HAUTEUR.						
1	0,0046	0,613	0,613	0,0000	0,618	+0,0082	La remarque qui a été faite relativement à la charge de $0^m,0061$, qui concerne l'orifice de 2 centimètres de hauteur, est ici applicable à la charge de $0^m,0046$.
2	0,0124	0,817	0,813	—0,0049	0,817	0,0000	
3	0,0540	1,461	1,454	—0,0048	1,458	—0,0021	Il n'a point été fait d'expérience pour la charge de 3 mètres; la dépense portée dans la 3e colonne a été déduite en se basant, pour prolonger la courbe des coefficiens (*pl. 7, fig.* D), sur les résultats obtenus par divers expérimentateurs qui ont opéré avec de fortes charges. Mais on ne peut s'empêcher de faire remarquer que, si l'on prolongeait cette courbe d'après la direction que lui donnent nos seules expériences, elle convergerait bien plus fortement vers l'axe des abscisses; ce qui diminuerait le coefficient et par suite la dépense effective pour la charge de 3 mètres.
4	0,1900	2,565	2,574	+0,0035	2,575	+0,0039	
5	0,4929	4,021	4,018	—0,0007	4,012	—0,0022	
6	0,9879	5,555	5,550	—0,0009	5,534	—0,0038	
7	1,3213	6,320	6,344	+0,0038	6,321	+0,0002	
8	1,3970	6,492	6,507	+0,0023	6,484	—0,0012	
9	3,0000	9,352	9,170	—0,0195	9,112	—0,0257	

Digitized by Google

La 5ᵉ colonne de ce tableau fait voir que la plus grande différence entre les dépenses données par l'expérience et celles qui se déduisent des formules relatives à chaque orifice en particulier s'élève à peine à $\frac{1}{200}$, en exceptant cependant les résultats qui concernent la dépense des orifices de 3 et de 1 centimètre sous une charge de 3 mètres; car la différence est, dans ce cas, de $\frac{1}{77}$ et de $\frac{1}{31}$: mais on a déjà fait remarquer que cette dépense a été obtenue en prolongeant les courbes des coefficiens (*planche 7, fig.* D), non d'après nos expériences, mais d'après celles d'autres expérimentateurs qui ont opéré sur de très-fortes charges.

La formule générale (G) donne des résultats tout aussi satisfaisans que les formules particulières (voyez la 7ᵉ colonne) pour les orifices de 20, de 10, de 5, de 2 et de 1 centimètre, sous toutes les charges, sauf la première de celles qui concernent ces deux derniers orifices. La différence est alors de $\frac{1}{93}$ et de $\frac{1}{122}$; mais ces charges se rapportent à l'instant de la formation du déversoir, et l'on sait que la dépense n'a pas été déduite de l'expérience. Il n'en est pas de même de l'orifice de 3 centimètres; car la différence qui, en employant la formule particulière à cet orifice, ne s'élève qu'à $\frac{1}{280}$ pour toutes les charges mises en expérience, va jusqu'à $\frac{1}{90}$ lorsqu'on calcule les dépenses par la formule générale. Heureusement cette circonstance ne se présente que pour la seule charge de $0^m,1925$, et la différence n'est que de $\frac{1}{256}$ pour celle qui la précède, et de $\frac{1}{143}$ pour celle qui la suit immédiatement dans le tableau.

Ainsi la formule générale (G) reproduit, à $\frac{1}{143}$ près, tous les résultats que l'expérience nous a donnés, excepté celui dont nous venons de parler et qui est relatif à l'orifice de 3 centimètres de hauteur. D'après cela, je crois qu'on peut, sans craindre des erreurs de $\frac{1}{140}$ ou au plus de $\frac{1}{100}$, se servir de cette formule pour évaluer la quantité d'eau que

Digitized by Google

fournissent, sous des charges qui n'excèdent pas 3 ou 4 mètres, tous les orifices percés en minces parois et complétement isolés du réservoir qu'on peut rencontrer dans la pratique, lesquels ont, en général, plus d'un centimètre d'ouverture.

En divisant la dépense effective déduite de la formule (G) par la dépense théorique D, l'on obtient le coefficient de *correction* de cette dernière dépense : j'ai fait ce calcul pour de très-grands orifices et des charges comprises depuis zéro jusqu'à 4 mètres, et je n'ai rien trouvé qui ne me paraisse admissible. Par exemple, pour l'orifice carré d'un mètre de côté et des charges sur son sommet de. $0^m,10$ $1^m,00$ $3^m,00$
les coefficiens de D seraient... 0,526 0,585 0,621.

Pour un orifice d'un mètre de largeur et de 50 centimètres de hauteur, on aurait les résultats suivans :

CHARGES SUR LE SOMMET DE L'ORIFICE.

m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	0,75	1,00	1,30	1,60	2,00	2,50	3,00	4,00

COEFFICIENS DE D.

0,543	0,552	0,565	0,572	0,581	0,587	0,591	0,594	0,596	0,598	0,600	0,601	0,604

On voit que ces coefficiens vont toujours en augmentant avec la charge, ce qui a également lieu pour les orifices dont les hauteurs sont de 3, de 5, de 10 et de 20 centimètres, mais seulement jusqu'à des charges égales à cinq ou six fois ces hauteurs. Cette circonstance de l'augmentation indéfinie des coefficiens, qui ne commence d'ailleurs à se faire sentir que lorsque la hauteur de l'orifice est d'environ $0^m,50$, prouve que la formule (G) ne représente pas la véritable loi des dépenses : aussi ne doit-on la considérer que comme une formule empirique applicable aux très-grands orifices dans les seuls cas où les charges n'excèdent pas 3 ou 4 mètres.

Pour les petits orifices, les mêmes coefficiens vont au contraire toujours en diminuant à mesure que la charge augmente,

Digitized by Google

et cette diminution est même très-rapide pour celui d'un centimètre de hauteur. Sous ce rapport, la formule (G) exprime bien la marche des courbes des coefficiens prolongées d'après nos seules expériences; cependant je ne conseillerais pas de se servir des résultats qu'elle donne pour l'orifice d'un centimètre et des charges au-dessus de $2^m,50$.

Quant aux orifices qui ont beaucoup moins d'un centimètre de hauteur, la formule (G) ne leur est point immédiatement applicable. En effet, la dépense effective E doit être nulle lorsqu'on fait $l = 0$ ou $o = 0$; or cela ne se vérifie que dans le premier cas, et dans le second il vient $E = 0,029\,l$. Ainsi il manque à l'équation un terme qui doit devenir $-0,029\,l$ quand $o = 0$; terme qui n'a aucune influence sur la dépense, même sur celle de l'orifice d'un centimètre sous la plus faible charge, mais qui en acquiert une fort grande lorsqu'il s'agit de très-petites ouvertures. Pour pouvoir la compléter, il faudrait avoir une série d'expériences bien suivies sur un orifice qui ait moins de 1 centimètre de hauteur, 5 millimètres, par exemple; nous nous proposions de l'entreprendre en 1831, mais nous en avons été empêchés par l'obligation de continuer d'autres opérations plus importantes.

En résumé, la formule (G) peut être employée avec confiance pour calculer la dépense, 1° de tous les orifices qui ont plus d'un centimètre de hauteur, et pour toutes les charges sur le sommet depuis zéro jusqu'à 3 ou 4 mètres; 2° de ceux dont la hauteur n'est que d'un centimètre, et pour des charges qui ne surpassent pas $2^m,50$. Mais elle n'est pas applicable aux orifices qui ont beaucoup moins d'un centimètre d'ouverture.

FIN DE LA NOTE.

Digitized by Google

TABLEAUX

Comprenant les résultats des diverses expériences de 1827 et de 1828 sur la dépense des orifices rectangulaires verticaux, en mince paroi plane, ayant $0^m,20$ de base sur diverses hauteurs, et distans de $0^m,54$ du fond horizontal du réservoir, et de $1^m,74$ de ses faces latérales parallèles à l'axe d'écoulement de la veine.

CONVENTIONS GÉNÉRALES.

Dans tous les tableaux relatifs aux orifices fermés par le haut, on a représenté par

$l = 0^m,20$ la largeur horizontale commune à tous les orifices;

h la charge de fluide sur le bord inférieur fixe de ces orifices;

h' celle sur le bord supérieur variable;

$o = h - h'$ la hauteur d'ouverture des orifices, ou *l'épaisseur* de la lame d'eau dans le plan de ces orifices;

$\text{H} = \frac{h+h'}{2}$ la charge sur le centre;

$\text{V} = \sqrt{2g\text{H}}$ la *vitesse théorique moyenne* de sortie de l'eau, en négligeant l'influence de la hauteur de l'orifice;

$\text{D} = lo\sqrt{2g\text{H}} = l(h - h')\sqrt{2g\left(\frac{h+h'}{2}\right)}$ la dépense théorique relative à la vîtesse V;

$\text{D}' = \frac{2}{3}l\sqrt{2g}\left(h^{\frac{3}{2}} - h'^{\frac{3}{2}}\right) = \frac{2}{3}l\left(h\sqrt{2gh} - h'\sqrt{2gh'}\right)$ la dépense théorique, en tenant compte de l'influence de l'ouverture de l'orifice;

Digitized by Google

E la *dépense effective* en litres et par seconde, telle qu'elle résulte de l'observation directe.

Dans tous les tableaux relatifs aux orifices découverts par le haut ou en déversoir, le bord supérieur de ces orifices est censé représenté par une ligne horizontale relative à la *hauteur moyenne* de la section d'eau (136) prise directement dans le plan même de cet orifice; en vertu de quoi, les conventions et les formules ci-dessus demeurent applicables à ce cas, si l'on suppose toutefois que h représente constamment la charge totale mesurée, dans le réservoir, à la distance de $3^m,50$ en amont de l'orifice.

On a de plus représenté, dans les tableaux relatifs aux déversoirs, par

d la dépense calculée par la formule simplifiée $lh\sqrt{2gh}$, qui se rapporte spécialement à celle qui a été adoptée par Bernoulli, Dubuat et Bidone;

d' la même dépense calculée par la formule $2,5261\ lh^{\frac{3}{2}}$, donnée par M. Navier dans la note (*cm*), page 299 de l'*Architecture hydraulique* de Bélidor.

OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.

Tous les résultats des calculs se rapportent à la seconde sexagésimale prise pour unité de temps.

Les valeurs des dépenses D', ou plutôt celles du rapport $\frac{e}{D}$, ont été déduites directement des valeurs de D ou de $\frac{e}{D}$, au moyen de la table dressée à cet effet par M. de Prony (*Mémoire sur le jaugeage des eaux courantes*).

Digitized by Google

TEMPÉRATURES de l'air pendant les journées où l'on a opéré, en 1828, sur les orifices qui ont moins de 20 centimètres de hauteur, pour servir à rectifier les résultats des expériences qui concernent ces orifices.

DATES.		TEMPÉRATURES À			OBSERVATIONS.
		9 heures.	midi.	3 heures.	
Année 1828.		grades. +	grades. +	grades. +	Ces températures sont extraites des tableaux météorologiques tenus à l'école d'application de l'artillerie et du génie à Metz.
Août.....	25	17, 5	21, 6	21, 0	
	26	16, 7	19, 0	20, 0	
	27	14, 9	19, 0	21, 0	
Septembre.....	9	20, 5	22, 1	21, 7	
	10	17, 3	24, 0	25, 7	
	11	19, 0	22, 5	24, 0	
	12	19, 7	24, 0	24, 5	
	14	16, 5	19, 5	20, 8	
	16	9, 1	13, 8	15, 3	

Digitized by Google

TABLEAU N° I. (Expériences de 1827.)

Résultats des Expériences de 1827 sur l'Orifice carré de 20 centimètres de côté.

La charge de fluide est prise, dans le réservoir, à $3^m,50$ en amont de l'orifice. (Voyez les n°s 75 et suivans.)

DATES des expériences.	NUMÉROS des expériences.	CHARGE sur le centre de l'orifice, ou valeur de H	VALEURS du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$	VALEURS de la vitesse due à H, ou de v.	DÉPENSE théorique par seconde, ou valeur de Q.	VALEURS, ou se basant sur le jaugeage de 1827, de la dépense effective par seconde, ou de E.	VALEURS, ou se basant sur le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{Q}$.	VALEURS, ou se basant sur le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{Q'}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, de la dépense effective, ou de E.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, du coefficient ou rapport $\frac{E}{Q}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, du coefficient ou rapport $\frac{E}{Q'}$.	OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1827.		mètres		mètres.	litres	litres.			litres.			
30 nov.	1	1,7447	8,724	5,8503	234,012	138,434	0,592	0,592	141,064	0,603	0,603	
	2	1,7335	8,668	5,8315	233,260	136,947	0,587	0,587	139,960	0,600	0,600	
22 *idem.*	3	1,6655	8,328	5,7160	228,640	134,864	0,590	0,590	137,696	0,602	0,602	
	4	1,6385	8,193	5,6695	226,780	133,183	0,587	0,587	135,980	0,600	0,600	
30 *idem.*	5	1,6195	8,098	5,6366	225,464	133,707	0,593	0,593	136,381	0,605	0,605	
	6	1,6065	8,033	5,6139	224,556	134,035	0,597	0,597	136,850	0,609	0,609	
22 *idem.*	7	1,5605	7,803	5,5330	221,320	131,263	0,593	0,593	134,151	0,606	0,606	
	8	1,5215	7,608	5,4634	218,536	129,322	0,592	0,592	132,038	0,604	0,604	
23 *idem.*	9	1,5025	7,513	5,4291	217,164	127,388	0,587	0,587	130,191	0,600	0,600	
22 *idem.*	10	1,4855	7,428	5,3984	215,936	129,219	0,598	0,598	132,062	0,612	0,612	
23 *idem.*	11	1,4835	7,418	5,3948	215,792	126,377	0,586	0,586	129,157	0,599	0,599	
	12	1,4705	7,353	5,3711	214,844	126,778	0,590	0,590	129,567	0,603	0,603	
22 *idem.*	13	1,4555	7,278	5,3436	213,744	125,783	0,591	0,591	128,550	0,600	0,600	
23 *idem.*	14					126,787			127,801			
22 *idem.*	15	1,4185	7,093	5,2752	211,008	124,539	0,590	0,590	126,905	0,601	0,601	
	16	1,3735	6,868	5,1909	207,636	123,602	0,595	0,595	124,962	0,602	0,602	
	17	1,3335	6,668	5,1146	204,584	120,338	0,588	0,588	123,106	0,602	0,602	
23 *idem.*	18	1,1385	5,693	4,7260	189,040	111,854	0,592	0,592	113,532	0,601	0,601	
	19	1,0705	5,353	4,5828	183,312	108,432	0,592	0,592	110,384	0,602	0,602	
24 *idem.*	20	1,0245	5,123	4,4831	179,324	105,122	0,586	0,586	107,224	0,598	0,598	
	21	1,0165	5,083	4,4656	178,624	104,841	0,587	0,587	107,148	0,600	0,600	
	22	0,9885	4,943	4,4036	176,144	103,936	0,590	0,590	105,911	0,601	0,601	
23 *idem.*	23	0,9465	4,733	4,3090	172,360	102,161	0,593	0,593	104,204	0,605	0,605	

Digitized by Google

SUITE DU TABLEAU N° I.

DATES. des experiences.	NUMÉROS des experiences.	CHARGE sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	VALEURS du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{D}$	VALEURS de la vitesse due à H, ou de v.	DÉPENSE theorique par seconde, ou valeur de D	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, de la dépense effective par seconde, ou de E.	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{D}$.	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{D'}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1827, de la dépense effective, ou de E.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{D}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1827, du coefficient ou rapport $\frac{E}{D'}$.	OBSERVATIONS PARTICULIERES.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
		mètres.		mètres.	litres.	litres.			litres.			
1827.	24	0,9145	4,573	4,2356	169,424	100,690	0,594	0,594	101,052	0,596	0,596	
	25	0,9068	4,534	4,2177	168,708	100,518	0,596	0,596	101,322	0,601	0,601	
3 déc.	26	0,8260	4,130	4,0254	161,016	96,621	0,600	0,600	96,428	0,599	0,599	
	27	0,8230	4,115	4,0180	160,720	95,255	0,593	0,593	95,731	0,596	0,596	
24 nov.	28	0,7025	3,513	3,7124	148,496	87,247	0,588	0,588	88,441	0,602	0,602	
23 *idem*	29	0,6925	3,463	3,6859	147,436	87,068	0,591	0,591	88,983	0,603	0,603	
	30	0,6788	3,394	3,6492	145,968	86,787	0,595	0,595	87,178	0,598	0,598	
3 déc.	31	0,6775	3,388	3,6457	145,828	86,944	0,596	0,596	87,518	0,600	0,600	
24 nov.	32	0,6305	3,153	3,5169	140,676	82,197	0,584	0,584	84,499	0,601	0,601	
3 déc.	33	0,5740	2,870	3,3556	134,224	81,865	0,610	0,611	82,217	0,613	0,614	Experience portée douteuse au registre-journal.
	34	0,5698	2,849	3,3434	133,736	79,387	0,594	0,595	79,705	0,596	0,597	
24 nov.	35	0,5205	2,603	3,1955	127,820	74,629	0,584	0,585	76,868	0,601	0,602	
	36	0,5075	2,538	3,1553	126,212	73,599	0,583	0,584	75,733	0,600	0,601	
3 déc.	37	0,4875	2,438	3,0927	123,708	73,320	0,593	0,594	73,643	0,596	0,597	
	38	0,4823	2,412	3,0761	123,044	72,661	0,591	0,592	72,923	0,593	0,594	
23 nov.	39	0,4235	2,118	2,8824	115,296	67,988	0,590	0,591	69,484	0,603	0,604	Portée douteuse au registre-journal.
24 *idem.*	40	0,4145	2,073	2,8517	114,068	66,517	0,583	0,584	68,513	0,601	0,602	
3 déc.	41	0,3828	1,919	2,7404	109,616	65,214	0,595	0,597	65,109	0,594	0,596	
	42	0,3810	1,905	2,7339	109,356	64,622	0,591	0,593	64,561	0,591	0,593	
23 nov.	43	0,3445	1,723	2,5997	103,988	62,248	0,599	0,601	63,991	0,616	0,618	Portée douteuse au registre-journal.
24 *idem.*	44	0,3145	1,573	2,4840	99,360	57,439	0,578	0,580	59,047	0,594	0,596	
3 déc.	45	0,2905	1,453	2,3875	95,500	57,516	0,602	0,605	57,509	0,602	0,605	
	46	0,2818	1,409	2,3513	94,052	56,894	0,605	0,608	56,553	0,601	0,604	
	47	0,2375	1,188	2,1585	86,340	50,117	0,581	0,585	51,570	0,597	0,601	
	48	0,1805	0,903	1,8818	75,272	43,543	0,579	0,587	44,849	0,596	0,604	
24 nov.	49	0,1535	0,768	1,7353	69,412	40,036	0,577	0,588	41,237	0,594	0,606	
	50	0,1325	0,663	1,6122	64,488	37,114	0,576	0,592	38,227	0,593	0,609	
	51	0,1205	0,603	1,5375	61,500	34,810	0,566	0,586	35,924	0,584	0,604	

Digitized by Google

TABLEAU N° II. (Expériences de 1827.)

Résultats des Expériences de 1827 sur les Orifices rectangulaires verticaux de 20 centimètres de base et de diverses hauteurs.

La charge de fluide est prise, dans le réservoir, à $3^m,50$ en amont de l'orifice. (Voyez les n°s 75 et suivans.)

DATES des expériences.	NUMÉROS des expériences.	HAUTEUR de l'orifice, ou valeur de $o = h - h'$.	CHARGE sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	VALEURS du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{o}$.	VALEURS de la vitesse due à H, ou de v.	DÉPENSE théorique par seconde, ou valeur de D.	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, de la dépense effective par seconde, ou de E.	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, du coeffic.t de D, ou du rapp.t $\frac{E}{D}$.	VALEURS, en se basant sur le jaugeage de 1827, moyen.e du coeffic.t ou rapport $\frac{E}{D}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, de la dépense effective, ou de E.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, du coeffic. de D, ou du rapp.t $\frac{E}{D}$.	VALEURS RECTIFIÉES, d'après le jaugeage de 1828, moyen.e du coefficient ou rapport $\frac{E}{D}$.	OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
1827.		centimèt.	mètres.		mètres.	litres.	litres.			litres.			
29 nov..	1	15,00	1,6895	11,26	5,7571	172,713	103,752	0,601	0,600	106,242	0,609	0,608	
	2		1,6773	11,18	5,7363	172,089	103,035	0,599		105,302	0,606		
30 *idem*..	3	10,00	1,8010	18,01	5,9440	118,880	71,829	0,604	0,604	73,768	0,611	0,612	
	4		1,7760	17,76	5,9026	118,052	71,538	0,606		73,827	0,616		
	5		1,7295	17,30	5,8248	116,496	70,113	0,602		71,936	0,609		
29 *idem*..	6		1,7242	17,24	5,8159	116,318	70,395	0,605		72,225	0,612		
	7		1,6415	16,42	5,6747	113,494	68,980	0,608	0,608	70,636	0,613	0,614	
	8		1,6245	16,25	5,6453	112,906	68,606	0,608		70,321	0,614		
	9		1,6055	16,06	5,6121	112,242	68,077	0,607		70,187	0,616		
30 *idem*..	10	5,00	1,7810	35,62	5,9108	59,108	36,468	0,617	0,615	37,489	0,616	0,615	
29 *idem*..	11		1,7648	35,30	5,8840	58,840	36,075	0,613		37,085	0,612		
30 *idem*..	12		1,7638	35,28	5,8823	58,823	36,315	0,617		37,332	0,616		
29 *idem*..	13		1,7602	35,20	5,8763	58,763	36,109	0,614		37,120	0,614		
	14	3,00	1,7870	59,57	5,9208	35,525	22,183	0,625	0,628	22,937	0,615	0,618	
	15		1,7818	59,39	5,9122	35,473	22,385	0,631		23,184	0,621		
30 *idem*..	16	2,00	1,7635	88,18	5,8818	23,527	15,016	0,638	0,643	15,992	0,632	0,628	
	17		1,7441	87,20	5,8495	23,398	15,131	0,647		15,706	0,624		
29 *idem*..	18	1,00	1,8013	180,13	5,9445	11,889	7,688	0,647	0,648	8,280	0,606	0,607	
	19		1,7913	179,13	5,9280	11,856	7,692	0,649		8,292	0,608		
30 *idem*..	20		1,7330	173,30	5,8307	11,661	7,771	0,667	0,666	8,377	0,625	0,625	
	21		1,7220	172,20	5,8122	11,624	7,724	0,664		8,334	0,624		
	22	0,50	1,7115	342,30	5,7944	5,794	4,124	0,712	0,712	4,524	0,601	0,601	
	23		1,6979	339,58	5,7714	5,771	4,111	0,712		4,510	0,601		

Digitized by Google

TABLEAU N° III.

Résultats des Expériences de 1827 sur le

La charge complète ou totale de fluide est prise, dans le réservoir,

DATES des expériences.	NUMÉROS des expériences.	CHARGE totale de fluide, ou valeur de h	CHARGE moyenne dans le plan de l'orifice, ou valeur de $e = h - h'$.	VALEURS du rapport $\frac{e}{h} = \frac{h-h'}{h}$	VALEURS de la vitesse due à la charge totale h, ou de $\sqrt{2gh}$.	DÉPENSE THÉORIQUE PAR SECONDE selon la formule d, ou valeur de d.	DÉPENSE THÉORIQUE PAR SECONDE selon la formule n', ou valeur de n'.	VA IN SE BASANT de la dépense effective par seconde, ou de n, donnée par chaque expérience distincte.	VA IN SE BASANT de la dépense effective par seconde, ou de n, moyenne pour chaque charge.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1827.		mètres.	mètres.		mètres.	litres.	litres.	litres.	litres.
24 novembre.	1	0,2205	0,20321	0,9215	2,0800	91,728	59,811	34,810	34,810
	2	0,2075	0,19072	0,9191	2,0176	83,730	54,536	32,079	32,079
13 décembre.	3	0,1815	0,16579	0,9134	1,8874	68,513	44,513	26,276	26,276
	4							25,854	
14 décembre.	5	0,1795	0,16387	0,9129	1,8768	67,377	43,746	25,925	25,873
	6							25,839	
13 décembre.	7	0,1770	0,16148	0,9123	1,8637	65,975	42,842	25,427	25,427
	8	0,1753	0,15985	0,9118	1,8542	65,008	42,205	24,861	24,861
27 décembre.	9	0,1305	0,11714	0,8976	1,6000	41,760	26,928	16,750	16,751
	10							16,751	
	11							16,755	
	12							16,749	
28 décembre.	13	0,0735	0,06341	0,8627	1,2008	17,652	11,170	7,155	7,234
	14							7,313	
29 décembre.	15	0,0290	0,02259	0,7790	0,7538	4,372	2,612	1,744	1,806
	16							1,846	
	17							1,759	
	18							1,875	

Digitized by Google

(Expériences de 1827.)

Déversoir de 20 centimètres de largeur.

à $3^m,50$ en amont de l'orifice. (Voyez les nos 75 et suiv.)

LEURS, SUR LE JAUGEAGE DE 1827, du coefficient de la formule d', ou de rapport $\frac{R}{d'}$.	du coefficient de la formule d'', ou du rapport $\frac{R}{d''}$.	du coefficient de la formule D', ou du rapport $\frac{R}{D'}$.	VALEURS, EN SE BASANT SUR LE JAUGEAGE DE 1828, de la dépense effective par seconde, ou de R, donnée par chaque expérience distincte.	moyenne pour chaque charge.	du coefficient ou rapport $\frac{R}{d'}$.	$\frac{R}{d''}$.	$\frac{R}{D'}$.	OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
11	12	13	14	15	16	17	18	
			litres.	litres.				
0,380	0,666	0,582	35,924	35,924	0,392	0,688	0,601	Le sommet de l'orifice est couvert pour la charge $h = 0^m,2205$.
0,383	0,672	0,588	33,170	33,170	0,396	0,695	0,608	
0,384	0,673	0,590	27,143	27,143	0,396	0,695	0,609	
			26,733					
0,384	0,673	0,591	26,806	26,752	0,397	0,696	0,612	
			26,718					
0,385	0,675	0,594	26,292	26,292	0,399	0,700	0,614	
0,382	0,670	0,589	25,756	25,756	0,396	0,695	0,610	
			16,757					
			16,710					
0,401	0,703	0,622	16,657	16,677	0,399	0,700	0,619	
			16,584					
			7,181					La charge a varié entre $0^m,0785$ et $0^m,06853$ on a pris une moyenne.
0,410	0,726	0,654	7,348	7,265	0,412	0,723	0,650	
			1,749					Nota. Pendant les 8 premières expériences, les eaux de la Moselle s'élevaient d'une certaine quantité au-dessous du plancher du bassin qui sert de jauge.
			1,841					
0,413	0,725	0,691	1,746	1,801	0,412	0,723	0,690	
			1,866					

Digitized by Google

TABLEAU N° IV.

Orifice carré de 20

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{a}$	Valeurs de la vitesse due à H, ou de V.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$	Valeur pour chaque du coeffi $\frac{E}{D}$.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1828.	grades.	grades.		mètres.		mètres.	litres.	litres.		
	+	+	1	1,4720	7,36	5,3738	214,952	129,527	0,6026	0,6026
20 août.	18,5	19,3	2	1,4323	7,16	5,3007	212,028	127,475	0,6012	0,6028
			3					128,158	0,6044	
26 août.	17,2	19,0	4	1,3150	6,58	5,0790	203,160	122,659	0,6038	0,6038
20 août.	18,5	19,3	5	1,2250	6,13	4,9022	196,088	117,906	0,6013	0,6022
			6					118,249	0,6030	
			7					104,542	0,6046	
19 août.	18,5	18,5	8	0,9525	4,76	4,3227	172,908	104,081	0,6019	0,6044
			9					104,879	0,6066	
			10					80,589	0,6030	
17 août.	17,0	18,0	11					80,631	0,6033	
			12	0,5690	2,85	3,3411	133,644	80,294	0,6008	0,6025
			13					80,170	0,5999	
18 août.	17,0	18,4	14					80,373	0,6013	
			15					81,057	0,6065	
20 août.	18,5	19,3	16	0,4005	2,00	2,8030	112,120	67,289	0,6002	0,6002
			17					51,924	0,5958	
19 août.	18,5	18,5	18	0,2420	1,21	2,1789	87,156	51,882	0,5953	0,5953
			19					51,852	0,5949	
20 août.	18,5	19,3	20	0,1600	0,80	1,7717	70,868	41,639	0,5876	0,5876
			21					35,658	0,5762	
			22					35,475	0,5733	
19 août.	18,5	18,5	23	0,1210	0,61	1,5470	61,880	35,372	0,5716	0,5732
			24					35,378	0,5717	

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

centimètres de côté.

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE								OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
	immédiatement au-dessus de l'orifice.							
…nyenne, …harge, …ient	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$.	Valeurs de la vitesse théorique V.	Dépense théorique par seconde, ou D.	Valeur du coefficient de O, ou du rapport $\frac{E}{O}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{H}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{O'}$.	
$\frac{E}{O'}$. 12	13	14	15	16	17	18	19	
	mètres.		mètres.	litres.				
0,6028	1,4718	7,36	5,3734	214,936	0,6026	0,6026	0,6028	
0,6030	1,4321	7,16	5,3004	212,016	0,6012 0,6045	0,6029	0,6031	
0,6040	1,3148	6,57	5,0786	203,144	0,6038	0,6038	0,6040	
0,6024	1,2248	6,12	4,9018	196,072	0,6013 0,6031	0,6022	0,6024	Les expériences 5 et 6 sont anomalies; il y a probablement erreur dans la mesure de la charge.
0,6047	0,9522	4,76	4,3220	172,880	0,6047 0,6020 0,6067	0,6045	0,6048	
0,6033	0,5686	2,84	3,3400	133,600	0,6032 0,6035 0,6010 0,6000 0,6016 0,6067	0,6027	0,6035	
0,6018	0,3999	2,00	2,8001	112,004	0,6008	0,6008	0,6025	
0,5997	0,2407	1,20	2,1730	86,920	0,5974 0,5969 0,5965	0,5969	0,6014	
0,5983	0,1567	0,78	1,7533	70,132	0,5937	0,5937	0,6050	
0,5928	0,1136	0,57	1,4928	59,712	0,5972 0,5941 0,5924 0,5925	0,5941	0,6186	

Digitized by Google

TABLEAU N° V.

Orifice de 10 cen

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'}=\frac{H}{e}$.	Valeurs de la vîtesse due à H, ou de v.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de Q.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{Q}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{Q}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{Q}{D'}$.	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades. +	grades. +		mètres.		mètres.	litres.	litres.				mètres.
			1					67,568	0,6116			
		19,0		1,5554	15,55	5,5239	110,478			0,6111	0,6112	1,5553
			2					67,451	0,6105			
			3					54,710	0,6154			
		21,0		1,0072	10,07	4,4452	88,904			0,6152	0,6153	1,0071
			4					54,671	0,6149			
27 août.	17,0		5					38,140	0,6203			
		20,0	6	0,4818	4,82	3,0745	61,490	37,859	0,6157	0,6172	0,6175	0,4815
			7					37,854	0,6156			
			8					18,144	0,6066			
		18,0		0,1140	1,14	1,4955	29,910			0,6080	0,6132	0,1122
			9					18,226	0,6094			
			10					13,157	0,5918			
16 sept.	17,0	13,8		0,0630	0,63	1,1117	22,234			0,5926	0,6113	0,0525
			11					13,191	0,5933			

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

timètres de hauteur.

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE immédiatement au-dessus de l'orifice.						VALEURS DÉFINITIVES DES COEFFICIENS, en tenant compte des variations que la température fait éprouver à la hauteur de l'orifice, et la charge de fluide dans le réservoir étant mesurée				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$.	Valeurs de la vitesse théorique v.	Dépense théorique par seconde, ou D.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{Z}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{Z}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{Z}{D'}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{Z}{D}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{Z}{D'}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{Z}{D}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{Z}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	mètres.	litres.								
15,55	5,5238	110,476	0,6116 0,6105	0,6111	0,6112	0,6109	0,6110	0,6109	0,6110	
10,07	4,4450	88,900	0,6154 0,6150	0,6152	0,6153	0,6151	0,6152	0,6151	0,6152	
4,82	3,0734	61,468	0,6205 0,6159 0,6158	0,6174	0,6177	0,6170	0,6173	0,6172	0,6175	
1,12	1,4836	29,672	0,6115 0,6142	0,6129	0,6183	0,6077	0,6129	0,6126	0,6180	
0,53	1,0148	20,296	0,6483 0,6499	0,6491	0,6622	0,5919	0,6106	0,6484	0,6615	

Digitized by Google

TABLEAU N° VI.

Orifice de 5 cen

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{\phi}$	Valeurs de la vîtesse due à H, ou de v.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de O, ou du rapport $\frac{E}{O}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{O}$.	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades.	grades.		mètres.		mètres.	litres.	litres.				mètres.
	+	+	1	1,6901	33,80	5,7581	57,581	35,596	0,6182			1,69006
25 août.	17,0	17,5	2	1,6900	33,80	5,7579	57,579	35,533	0,6171	0,6175	0,6175	1,68996
			3	1,6896	33,79	5,7572	57,572	35,530	0,6171			1,68956
			4	1,6864	33,73	5,7517	57,517	35,536	0,6178	0,6178	0,6178	1,68636
26 août.	17,2	16,7	5	1,0808	21,62	4,6046	46,046	28,777	0,6250	0,6251	0,6252	1,08074
			6					28,782	0,6251			
25 août.	17,0	18,5	7					19,203	0,6278			
			8					19,232	0,6287			
			9	0,4770	9,54	3,0590	30,590	19,281	0,6303	0,6281	0,6283	0,4769
			10					19,112	0,6248			
9 sept.	17,8	22,1	11					19,196	0,6275			
			12					19,257	0,6295			
25 août.	17,0	18,5	13					12,878	0,6307			
			14					12,935	0,6335			
			15	0,2125	4,25	2,0417	20,417	12,838	0,6288	0,6302	0,6306	0,2120
			16					12,821	0,6280			
9 sept.	17,8	22,1	17					12,864	0,6301			
			18					12,864	0,6301			
			19					9,053	0,6284			
		17,3	20	0,1058	2,12	1,4407	14,407	9,050	0,6282	0,6288	0,6303	0,1038
			21					9,072	0,6297			
			22					5,911	0,6182			
10 sept.	18,0	20,6	23	0,0466	0,93	0,9561	9,561	5,903	0,6174	0,6168	0,6248	0,0436
			24					5,877	0,6147			
		24,0	25	0,0363	0,73	0,8439	8,439	5,138	0,6088	0,6088	0,6225	0,0310
			26					5,137	0,6087			

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

timètres de hauteur.

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE immédiatement au-dessus de l'orifice.						VALEURS DÉFINITIVES DES COEFFICIENS, en tenant compte des variations que la température fait éprouver à la hauteur de l'orifice, et la charge de fluide dans le réservoir étant mesurée				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{\delta}$.	Valeurs de la vitesse théorique v.	Dépense théorique par seconde, ou m^3	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	$\frac{E}{D'}$.	à $3^m,50$ en amont de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	$\frac{E}{D'}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	$\frac{E}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	mètres.	litres.								
33,80	5,7581	57,581	0,6182							
33,80	5,7579	57,579	0,6171	0,6175	0,6175	0,6168	0,6168	0,6168	0,6168	
33,79	5,7572	57,572	0,6171							
33,73	5,7517	57,517	0,6178	0,6178	0,6178	0,6171	0,6171	0,6171	0,6171	
21,61	4,6046	46,046	0,6250 0,6251	0,6251	0,6252	0,6243	0,6244	0,6243	0,6244	
9,54	3,0587	30,587	0,6278 0,6288 0,6304 0,6248 0,6276 0,6296	0,6282	0,6284	0,6279	0,6281	0,6280	0,6282	Les expériences 7, 8 et 9 ont été faites en recueillant la dépense dans le grand bassin de jauge. Les expériences 10, 11 et 12 ont été faites au moyen du cuvier décrit au n° 49.
4,24	2,0394	20,394	0,6314 0,6343 0,6295 0,6287 0,6308 0,6308	0,6309	0,6312	0,6305	0,6309	0,6312	0,6315	Les expériences 13 et 14 ont été faites au moyen du grand bassin de jauge, et toutes celles qui les suivent l'ont été en employant le cuvier.
2,08	1,4270	14,270	0,6344 0,6342 0,6357	0,6348	0,6364	0,6282	0,6297	0,6342	0,6358	
0,87	0,9241	9,241	0,6396 0,6388 0,6360	0,6381	0,6477	0,6167	0,6247	0,6380	0,6476	
0,62	0,7798	7,798	0,6589 0,6588	0,6589	0,6805	0,6093	0,6230	0,6594	0,6810	

Digitized by Google

TABLEAU N° VII.

Orifice de 3 centimètres de hauteur.

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{v^2}$	Valeurs de la vitesse due à H, ou de v.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{O'}$.	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades. +	grades. +		mètres.		mètres.	litres.	litres.				mètres.
		20,0	1	1,3810	46,03	5,2049	31,229	19,469	0,6234	0,6229	0,6229	1,38096
			2					19,433	0,6223			
26 août.	17,2	16,7	3	1,0940	36,47	4,6328	27,797	17,437	0,6273	0,6275	0,6276	1,09394
			4					17,448	0,6277			
		20,0	5	0,4765	15,88	3,0574	18,344	11,618	0,6333	0,6314	0,6315	0,4764
			6					11,545	0,6294			
			7	0,4651	15,50	3,0206	18,124	11,395	0,6287	0,6298	0,6299	0,4650
			8					11,434	0,6309			
11 sept.	19,0	24,0	9	0,2075	6,92	2,0176	12,106	7,656	0,6324	0,6326	0,6328	0,2071
			10					7,661	0,6328			
			11					4,047	0,6395			
		23,0	12	0,0567	1,89	1,0547	6,328	4,056	0,6410	0,6392	0,6412	0,0543
			13					4,022	0,6356			
12 sept.	19,0		14					4,055	0,6408			
			15					2,349	0,6234			
		19,7	16	0,0201	0,67	0,6280	3,768	2,360	0,6263	0,6262	0,6433	0,0128
			17					2,370	0,6290			

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

(Voyez le n° 104 du texte.)

ANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE immédiatement au-dessus de l'orifice.						VALEURS DÉFINITIVES DES COEFFICIENS, en tenant compte des variations que la température fait éprouver à la hauteur de l'orifice, et la charge de fluide dans le réservoir étant mesurée				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Valeurs du rapport $\frac{H}{h'} = \frac{H}{h}$.	Valeurs de la vitesse théorique v.	Dépense théorique par seconde, ou Q.	Valeur du coefficient de Q, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D'}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	mètres.	litres.								
46,03	5,2049	31,229	0,6234 0,6223	0,6229	0,6229	0,6224	0,6224	0,6224	0,6224	Les charges immédiatement au-dessus de l'orifice n'ont pas été déduites directement de la mesure des depressions relatives à l'orifice de 3 centimètres; on les a calculées en prenant des moyennes entre les depressions mesurées pour les orifices de 5 et de 2 centimètres. (Voyez le n° 104 du texte.) Les expériences de 1 à 6 ont seules été faites avec le grand bassin de jauge; toutes les autres l'ont été avec le cuvier décrit au n° 49.
36,46	4,6328	27,797	0,6273 0,6277	0,6275	0,6276	0,6261	0,6262	0,6261	0,6262	
15,88	3,0571	18,343	0,6334 0,6294	0,6314	0,6315	0,6309	0,6310	0,6309	0,6310	
15,50	3,0203	18,122	0,6288 0,6309	0,6299	0,6300	0,6309	0,6310	0,6310	0,6311	
6,91	2,0162	12,097	0,6329 0,6333	0,6331	0,6333	0,6337	0,6339	0,6342	0,6344	
1,81	1,0321	6,193	0,6535 0,6549 0,6494 0,6548	0,6532	0,6554	0,6400	0,6420	0,6540	0,6562	Pour les trois dernières expériences, la charge 0m,0128, mesurée au-dessus de l'orifice (71), étant moindre que sa demi-ouverture, la formule p' devient inapplicable; le déversoir est prêt à se former, et il le serait sans l'adhérence qui soutient encore le fluide contre le sommet de l'orifice.
0,43	0,5011	3,007	0,7812 0,7848 0,7882	0,7847	"	0,6261	0,6433	0,7849	"	

Digitized by Google

TABLEAU N° VIII.

Orifice de 2 cent.

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{\sigma}$.	Valeurs de la vitesse due à H, ou de V.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	$\frac{E}{D'}$.	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades. +	grades. +		mètres		mètres.	litres.	litres.				mètres.
		20,8	1	1,4002	70,01	5,2411	20,964	13,033	0,6217	0,6217	0,6217	1,400
		16,5	2	1,3741	68,71	5,1920	20,768	12,985	0,6252	0,6252	0,6252	1,3740
		19,5	3	1,3525	67,63	5,1510	20,604	12,866	0,6244	0,6244	0,6244	1,3525
			4					11,143	0,6337			
		18,0	5	0,9852	49,26	4,3963	17,585	11,157	0,6345	0,6335	0,6335	0,9850
14 sept.	18,0		6					11,121	0,6324			
			7					7,127	0,6425			
		19,9		0,3920	19,60	2,7731	11,092			0,6425	0,6426	0,3915
			8					7,126	0,6424			
			9					3,867	0,6539			
				0,1114	5,57	1,4784	5,914			0,6545	0,6547	0,1107
			10					3,874	0,6551			
		20,8										
			11					1,670	0,6616			
				0,0203	1,02	0,6311	2,524			0,6605	0,6676	0,0160
			12					1,664	0,6593			

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

mètres de hauteur.

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE immédiatement au-dessus de l'orifice.						VALEURS DÉFINITIVES DES COEFFICIENS, en tenant compte des variations que la température fait éprouver à la hauteur de l'orifice, et la charge de fluide dans le reservoir étant mesurée				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$.	Valeurs de la vitesse théorique v.	Dépense théorique par seconde, en D.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D'}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D}$	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	mètres.	litres.								
70,01	5,2409	20,964	0,6217	0,6217	0,6217	0,6216	0,6216	0,6216	0,6216	On n'a point opéré pour des charges au-dessous de 4 centimètres sur le centre, parce que l'écoulement cesse alors de se faire comme en mince paroi et présente beaucoup d'incertitude, le fluide ne se détachant pas constamment de l'évasement inférieur du permis fixe. D'ailleurs, le déversoir se forme lorsque $H = 1^m,61$.
68,70	5,1919	20,768	0,6252	0,6252	0,6252	0,6233	0,6233	0,6233	0,6233	
67,62	5,1508	20,603	0,6245	0,6245	0,6245	0,6238	0,6238	0,6239	0,6239	
49,25	4,3960	17,84	0,6337 0,6345 0,6324	0,6335	0,6335	0,6323	0,6323	0,6323	0,6323	
19,59	2,7729	11,092	0,6425 0,6424	0,6425	0,6426	0,6421	0,6422	0,6421	0,6422	
5,52	1,4710	5,884	0,6572 0,6584	0,6578	0,6580	0,6544	0,6546	0,6577	0,6579	
0,80	0,56025	2,241	0,7452 0,7425	0,7439	0,7574	0,6604	0,6675	0,7438	0,7573	

Digitized by Google

TABLEAU N° IX.

Orifice de 1 cen

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont de l'orifice. Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$.	Valeurs de la vitesse due à H, ou de V.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D'}$.	Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades. +	grades. +		mètres.		mètres.	litres.	litres.				mètres.
26 août.	17,2	20,0	1	1,4020	140,20	5,2444	10,489	6,507	0,6204	0,6204	0,6204	1,40197
		20,5	2	1,3263	132,63	5,1009	10,202	6,318	0,6193	0,6191	0,6191	1,32626
			3					6,314	0,6189			
		19,0	4	0,9929	99,29	4,4136	8,827	5,566	0,6306	0,6301	0,6301	0,99285
			5					5,557	0,6295			
11 sept.	19,0	20,75	6	0,4979	49,79	3,1253	6,251	4,010	0,6415	0,6426	0,6426	0,4978
			7					4,029	0,6445			
			8					4,011	0,6417			
		22,5	9	0,1950	19,50	1,9559	3,912	2,562	0,6549	0,6534	0,6535	0,19475
			10					2,550	0,6518			
		23,25	11	0,0590	5,90	1,0759	2,152	1,447	0,6724	0,6758	0,6760	0,05764
			12					1,460	0,6784			
			13					1,458	0,6775			
			14					1,452	0,6747			
12 sept.	19,0	24,0	15	0,0174	1,74	0,5843	1,169	0,814	0,6963	0,6955	0,6980	0,01461
			16					0,811	0,6938			
			17					0,814	0,6963			

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

timètre de hauteur.

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE immédiatement au-dessus de l'orifice.						VALEURS DÉFINITIVES DES COEFFICIENS, en tenant compte des variations que la température fait éprouver à la hauteur de l'orifice, et la charge de fluide dans le réservoir étant mesurée				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{e}$.	Valeurs de la vitesse théorique v.	Dépense théorique par seconde, ou O	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D}$	Valeur moyenne, pour chaque charge, du coefficient $\frac{E}{D'}$.	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D}$	à 3m,50 en amont de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D}$.	immédiatement au-dessus de l'orifice. $\frac{E}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
	mètres.	litres.								
140,20	5,2444	10,489	0,6204	0,6204	0,6204	0,6189	0,6189	0,6189	0,6189	L'expérience n° 1 a été faite avec le grand bassin de jauge ; toutes les autres l'ont été avec le cuvier du n° 39.
132,63	5,1009	10,202	0,6193 0,6189	0,6191	0,6191	0,6195	0,6195	0,6195	0,6195	
99,29	4,4136	8,827	0,6306 0,6295	0,6301	0,6301	0,6293	0,6293	0,6293	0,6293	
49,79	3,1250	6,250	0,6416 0,6446 0,6418	0,6427	0,6427	0,6433	0,6433	0,6434	0,6434	
19,48	1,95475	3,9095	0,6553 0,6523	0,6538	0,6539	0,6556	0,6557	0,6560	0,6561	
5,76	1,0634	2,127	0,6803 0,6864 0,6855 0,6827	0,6837	0,6839	0,6787	0,6789	0,6867	0,6869	
1,46	0,5354	1,071	0,7600 0,7572 0,7600	0,7591	0,7630	0,6992	0,7017	0,7632	0,7671	On n'a point opéré avec des charges au-dessous de 0m,0174, pour les raisons déjà déduites dans le tableau précédent.

Digitized by Google

TABLEAU N° X.

Déversoir de 20 cen

La charge totale ou complète de fluide est prise, dans

DONNÉES FOURNIES PAR L'EXPÉRIENCE ET L'OBSERVATION.								RÉSULTATS CONCERNANT LES FORMULES ORDINAIREMENT EN USAGE.				
DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	Charge totale de fluide, ou valeur de h.	Charge moyenne dans le plan de l'orifice, ou valeur de $e = h - h'$.	Valeur du rapport $\frac{e}{h} = \frac{h-h'}{h}$.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeurs de la vitesse due à la charge entière h.	Valeurs de la dépense calculée par la formule d.	Valeurs du coefficient de d, ou du rapport $\frac{E}{d}$.	Moyenne, pour chaque charge, du rapport $\frac{E}{d}$.	Moyenne, pour chaque charge, du rapport $\frac{E}{d'}$.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1828.	grades.	grades.		mètres.	mètres.		litres.	mètres.	litres.			
	+	+	1				32,787			0,3905		
			2	0,2079	0,1912	0,9195	32,529	2,0195	83,971	0,3874	0,3888	0,6821
			3				32,613			0,3884		
28 août.	18,0	20,2	4	0,1631	0,1478	0,9063	22,926	1,7888	58,351	0,3929	0,3930	0,6895
			5				22,932			0,3930		
			6				11,584			0,3962		
			7	0,1029	0,0909	0,8833	11,524	1,4208	29,240	0,3941	0,3943	0,6918
			8				11,476			0,3925		
			9				5,263			0,3993		
16 sept.	17,0	13,8	10	0,0605	0,0514	0,8491	5,243	1,0894	13,182	0,3977	0,4003	0,7023
			11				5,283			0,4008		
			12				5,319			0,4035		
15 sept.	17,0	15,4	13	0,0446	0,0368	0,8253	3,373	0,9354	8,344	0,4042	0,4053	0,7110
			14				3,390			0,4063		
			15				1,314			0,4118		
16 sept.	17,0	13,8	16	0,0235	0,0176	0,7468	1,337	0,6790	3,191	0,4190	0,4149	0,7279
			17				1,313			0,4115		
			18				1,332			0,4174		

Digitized by Google

(Expériences de 1828.)

timètres de largeur.

le réservoir, à 3,^{m}50 en amont de l'orifice.

RÉSULTATS CONCERNANT LES FORMULES où l'on assimile les déversoirs à des orifices fermés à la partie supérieure.							OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{e}=\frac{H}{h-H}$.	Valeurs de la vitesse due à H.	Valeurs de la dépense donnée par la formule D.	Valeurs du coefficient de D, ou du rapport $\frac{D}{E}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du rapport $\frac{E}{D}$.	Valeur moyenne, pour chaque charge, du rapport $\frac{E}{D'}$.	
14	15	16	17	18	19	20	
mètres.		mètres.	litres.				
0,1123	0,5873	1,4846	56,759	0,5777 0,5731 0,5746	0,5751	0,5969	
0,0892	0,6035	1,3228	39,105	0,5863 0,5864	0,5864	0,6071	
0,0575	0,6325	1,0620	19,307	0,6000 0,5969 0,5944	0,5971	0,6157	
0,0348	0,6770	0,8263	8,494	0,6196 0,6173 0,6220 0,6262	0,6213	0,6379	
0,0262	0,7120	0,7169	5,278	0,6391 0,6423	0,6407	0,6557	
0,0147	0,8352	0,5372	1,891	0,6949 0,7070 0,6943 0,7044	0,7002	0,7117	

Digitized by Google

TABLEAU N° XI.

Servant de supplément

Orifice de 5 centimètres de hauteur.

DATES des expériences.	TEMPÉRATURE de l'eau.	TEMPÉRATURE de l'air.	NUMÉROS des expériences.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU à 3m,50 en amont — Charge sur le centre de l'orifice, ou valeur de H.	Valeurs du rapport $\frac{H}{h-h'} = \frac{H}{O}$.	Valeurs de la vîtesse due à H, ou de V.	Dépense théorique par seconde, ou valeur de D.	Dépense effective par seconde, ou valeur de E.	Valeur du coefficient de D, ou du rapport $\frac{E}{D}$.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1828.	grades. +	grades. +		mètres.		mètres.	litres.	litres.	
31 août.	18,5	20,0	1	0,4770	9,54	3,0590	30,590	19,224	0,6284
			2					19,030	0,6221
			3					19,015	0,6216
			4					19,014	0,6216
			5					19,144	0,6258
			6					19,021	0,6218
1er septemb.	18,5	21,5	7	0,2125	4,25	2,0417	20,417	12,759	0,6249
			8					12,726	0,6233
			9					12,770	0,6255
			10					12,759	0,6249
1er septemb.	18,5	21,5	1	0,2125	4,25	2,0417	20,417	12,786	0,6262
			2					12,779	0,6259
			3					12,783	0,6261
			4					12,698	0,6219
			5					12,743	0,6241
7 septemb.	17,9	20,0	6					12,706	0,6223
			7					12,718	0,6229
			8					12,659	0,6200
			9					12,655	0,6198
7 septembr.	17,9	20,0	1	0,2125	4,25	2,0417	20,417	12,720	0,6230
			2					12,727	0,6233
7 septembr.	17,9	20,0	1	0,2125	4,25	2,0417	20,417	12,814	0,6276
			2					12,802	0,6270
			3					12,848	0,6293

Digitized by Google

(Expériences de 1828),

au tableau n° VI.

(Voyez les n°s 57, 58 et suivans du texte.)

DANS LE RÉSERVOIR ÉTANT MESURÉE de l'orifice.				OBSERVATIONS PARTICULIÈRES.
Moyenne, pour chaque charge,				
sans avoir égard à la température,		en tenant compte de la température,		
$\frac{E}{D}$. 11	$\frac{E}{D'}$. 12	$\frac{E}{D}$. 13	$\frac{E}{D'}$. 14	
0,6236	0,6238	0,6235	0,6237	*1er Dispositif.* La jauge se compose de trois petits tonneaux dans lesquels l'eau arrive par le canal en forme de T décrit au n° 57; ce canal a $0^m,25$ de largeur, son fond est de $0^m,135$ au-dessous du bord inférieur de l'orifice, et la coulisse qui laisse échapper le liquide dans la décharge générale est tout près de cet orifice.
0,6247	0,6251	0,6249	0,6253	
0,6232	0,6236	0,6231	0,6235	*2e Dispositif.* Il est le même que le précédent, si ce n'est que la coulisse se trouve éloignée de $2^m,00$ de sa première position.
0,6232	0,6236	0,6230	0,6234	*3e Dispositif.* Il est semblable au second, si ce n'est que l'eau est reçue dans la grande jauge au lieu de l'être dans les tonneaux.
0,6280	0,6284	0,6278	0,6282	*4e Dispositif.* Il est semblable au troisième; seulement le fond du canal en T, au lieu d'être de $0^m,135$ au-dessous du bord inférieur de l'orifice, en est éloigné de $0^m,27$.

Digitized by Google

TABLEAU

TABLE GÉNÉRALE des coefficiens des formules de la dépense deduits, par interpolation, percés en mince paroi, et complétement isolés

CHARGES sur le sommet des orifices.	ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE. LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU ÉTANT MESURÉE loin de l'orifice, en un point où le liquide soit parfaitement stagnant. Coefficiens de la formule D, pour des hauteurs d'orifice de						Coefficiens de la formule D', pour des hauteurs d'orifice de						Coefficiens
	20 cent.	10 cent.	5 cent.	3 cent.	2 cent.	1 cent.	20 cent.	10 cent.	5 cent.	3 cent.	2 cent.	1 cent.	20 cent.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
mètres.													
0,0000	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0,6[illegible]5
0,0046	"	"	"	"	"	0,706	"	"	"	"	"	0,715	"
0,005	"	"	"	"	"	0,705	"	"	"	"	"	0,712	0,605
0,0061	"	"	"	"	0,661	"	"	"	"	"	0,673	"	"
0,0073	"	"	"	0,631	"	"	"	"	"	0,644	"	"	"
0,0091	"	"	0,606	"	"	"	"	"	0,622	"	"	"	"
0,010	"	"	0,607	0,634	0,660	0,702	"	"	0,622	0,644	0,667	0,705	0,600
0,0124	"	0,591	"	"	"	"	"	0,610	"	"	"	"	"
0,015	"	0,593	0,612	0,638	0,660	0,698	"	0,611	0,624	0,644	0,665	0,700	0,596
0,017	0,569	"	"	"	"	"	0,591	"	"	"	"	"	"
0,02	0,572	0,596	0,616	0,639	0,660	0,695	0,592	0,611	0,625	0,644	0,663	0,696	0,594
0,03	0,578	0,600	0,620	0,641	0,659	0,689	0,594	0,612	0,626	0,643	0,661	0,690	0,593
0,04	0,582	0,603	0,623	0,640	0,659	0,684	0,596	0,612	0,627	0,642	0,660	0,685	0,593
0,05	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,680	0,597	0,613	0,628	0,641	0,659	0,680	0,593
0,06	0,587	0,607	0,626	0,639	0,657	0,677	0,598	0,613	0,629	0,640	0,658	0,677	0,594
0,07	0,588	0,609	0,627	0,638	0,657	0,674	0,598	0,614	0,630	0,639	0,658	0,674	0,594
0,08	0,589	0,610	0,628	0,638	0,656	0,671	0,599	0,614	0,630	0,639	0,656	0,671	0,594
0,09	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,669	0,599	0,614	0,631	0,638	0,655	0,669	0,594
0,10	0,592	0,611	0,630	0,637	0,655	0,667	0,599	0,615	0,631	0,638	0,655	0,667	0,595
0,11	0,593	0,612	0,631	0,636	0,654	0,665	0,600	0,615	0,631	0,637	0,654	0,665	0,596
0,14	0,595	0,613	0,631	0,635	0,653	0,661	0,600	0,616	0,631	0,635	0,653	0,661	0,597

Digitized by Google

N° XII.

des résultats des diverses expériences faites sur les orifices rectangulaires verticaux des faces latérales et du fond du réservoir.

immediatement au-dessus de l'orifice. de la formule D, pour des hauteurs d'orifice de 10 cent. 15	5 cent. 16	3 cent. 17	2 cent. 18	1 cent. 19	OBSERVATIONS
0,660	0,708	0,769	0,839	0,978	Les traits placés au-dessous de certains chiffres indiquent les limites entre lesquelles se trouvent compris les expériences qui ont servi de base à la formation de la table.
"	"	"	"	"	
0,635	0,665	0,709	0,753	0,841	
"	"	"	"	"	
"	"	"	"	"	
"	"	"	"	"	
0,625	0,641	0,683	0,716	0,764	
"	"	"	"	"	
0,620	0,637	0,672	0,700	0,735	
"	"	"	"	"	
0,618	0,638	0,665	0,690	0,719	
0,615	0,637	0,659	0,678	0,705	
0,614	0,636	0,654	0,672	0,695	
0,613	0,636	0,650	0,668	0,689	
0,612	0,635	0,647	0,664	0,683	
0,613	0,635	0,645	0,663	0,678	
0,614	0,634	0,643	0,660	0,674	
0,614	0,634	0,642	0,659	0,671	
0,614	0,634	0,641	0,658	0,669	
0,614	0,634	0,639	0,656	0,665	
0,615	0,633	0,637	0,654	0,662	

ORIFICES DÉCOUVERTS À LA PARTIE SUPÉRIEURE OU EN DÉVERSOIR.

CHARGES totales sur la base de l'orifice. 1	La hauteur du niveau de l'eau étant mesurée en un point où le liquide soit stagnant. Coefficiens des formules d. 2	d' 3	D 4	D'. 5	OBSERVATIONS.
metres.					
0,005	0,428	0,751	1,110	1,114	Les traits placés au-dessous de certains chiffres indiquent les limites entre lesquelles se trouvent compris les expériences qui ont servi de base à la formation de la table.
0,010	0,424	0,744	0,831	0,838	
0,0146	0,421	0,739	0,759	0,768	
0,015	0,421	0,739	0,756	0,765	
0,020	0,417	0,732	0,717	0,728	
0,0261	0,414	0,726	0,688	0,700	
0,030	0,412	0,723	0,675	0,688	
0,0373	0,409	0,718	0,657	0,671	
0,040	0,407	0,714	0,651	0,665	
0,050	0,404	0,709	0,635	0,651	
0,0591	0,401	0,704	0,624	0,640	
0,060	0,401	0,704	0,622	0,638	
0,070	0,398	0,698	0,613	0,630	
0,080	0,397	0,696	0,607	0,625	
0,090	0,396	0,695	0,603	0,621	

Digitized by Google

Suite du TA

ORIFICES FERMÉS À LA PARTIE SUPÉRIEURE.

CHARGES sur le sommet des orifices.	LA HAUTEUR DU NIVEAU DE L'EAU ÉTANT MESURÉE loin de l'orifice, en un point où le liquide soit parfaitement stagnant.												
	Coefficiens de la formule D, pour des hauteurs d'orifice de						Coefficiens de la formule D', pour des hauteurs d'orifice de						Coefficiens
	20 cent.	10 cent.	5 cent.	3 cent.	2 cent.	1 cent.	20 cent.	10 cent.	5 cent.	3 cent.	2 cent.	1 cent.	20 cent.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
mètres.													
0,16	0,596	0,614	0,631	0,635	0,652	0,659	0,600	0,616	0,631	0,635	0,652	0,659	0,598
0,18	0,597	0,615	0,631	0,634	0,651	0,657	0,601	0,617	0,631	0,634	0,651	0,657	0,598
0,20	0,598	0,615	0,631	0,634	0,649	0,655	0,601	0,617	0,631	0,634	0,649	0,655	0,599
0,25	0,599	0,616	0,630	0,633	0,647	0,652	0,601	0,617	0,630	0,633	0,647	0,652	0,600
0,30	0,600	0,616	0,630	0,632	0,645	0,650	0,602	0,618	0,630	0,632	0,645	0,650	0,601
0,40	0,602	0,617	0,629	0,631	0,642	0,646	0,603	0,618	0,629	0,631	0,642	0,646	0,602
0,50	0,603	0,617	0,628	0,631	0,640	0,643	0,604	0,617	0,628	0,631	0,640	0,643	0,603
0,60	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,641	0,604
0,70	0,604	0,616	0,627	0,629	0,637	0,638	0,605	0,617	0,627	0,629	0,637	0,638	0,604
0,80	0,605	0,616	0,626	0,628	0,635	0,635	0,605	0,616	0,626	0,628	0,635	0,635	0,605
0,90	0,605	0,615	0,625	0,627	0,634	0,632	0,605	0,616	0,625	0,627	0,634	0,632	0,605
1,00	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,629	0,605	0,615	0,625	0,627	0,632	0,629	0,605
1,10	0,604	0,614	0,624	0,626	0,629	0,626	0,605	0,615	0,624	0,626	0,629	0,626	0,604
1,20	0,604	0,614	0,623	0,625	0,627	0,623	0,604	0,614	0,623	0,625	0,627	0,623	0,604
1,30	0,603	0,613	0,622	0,623	0,625	0,621	0,604	0,613	0,622	0,623	0,625	0,621	0,603
1,40	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,619	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,619	0,603
1,50	0,602	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617	0,603	0,611	0,619	0,621	0,620	0,617	0,602
1,60	0,602	0,611	0,618	0,619	0,618	0,616	0,602	0,611	0,618	0,619	0,618	0,616	0,602
1,70	0,602	0,610	0,616	0,617	0,617	0,615	0,602	0,610	0,616	0,617	0,617	0,615	0,602
1,80	0,601	0,609	0,615	0,616	0,615	0,614	0,602	0,609	0,615	0,616	0,615	0,614	0,601
1,90	0,601	0,608	0,614	0,614	0,614	0,613	0,601	0,608	0,614	0,614	0,614	0,613	0,601
2,00	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,613	0,601	0,607	0,613	0,613	0,613	0,613	0,601
3,00	0,601	0,603	0,606	0,607	0,608	0,609	0,601	0,603	0,606	0,607	0,608	0,609	0,601

Digitized by Google

BLEAU N° XII.

immediatement au-dessus de l'orifice.					OBSERVATIONS.
de la formule D, pour ces hauteurs d'orifice de					
10 cent. 15	5 cent. 16	3 cent. 17	2 cent. 18	1 cent. 19	
0,615	0,632	0,636	0,653	0,660	
0,616	0,631	0,635	0,651	0,658	
0,616	1,631	0,634	0,650	0,656	
0,617	0,630	0,633	0,647	0,652	
0,617	0,630	0,632	0,645	0,650	
0,617	0,629	0,631	0,642	0,646	
0,617	1,628	0,631	0,640	0,643	
0,617	0,627	0,630	0,638	0,641	
0,616	0,627	0,629	0,637	0,638	
0,616	0,626	0,628	0,635	0,635	
0,615	0,625	0,627	0,634	0,632	
0,615	0,625	0,627	0,632	0,629	
0,614	0,624	0,626	0,629	0,626	
0,614	0,623	0,625	0,627	0,623	
0,613	0,622	0,623	0,625	0,621	
0,612	0,621	0,622	0,622	0,619	
0,611	0,619	0,621	0,620	0,617	
0,611	0,618	0,619	0,618	0,616	
0,610	0,616	0,617	0,617	0,615	
0,609	0,615	0,616	0,615	0,614	
0,608	0,614	0,614	0,614	0,613	
0,607	0,613	0,613	0,613	0,613	
0,603	0,606	0,607	0,608	0,609	

ORIFICES DÉCOUVERTS À LA PARTIE SUPÉRIEURE OU EN DÉVERSOIR.

CHARGES totales sur la base de l'orifice.	La hauteur du niveau de l'eau étant mesurée en un point où le liquide soit stagnant. Coefficiens des formules				OBSERVATIONS.
	d.	d'.	D.	D'.	
1	2	3	4	5	
mètres.					
0,100	0,395	0,693	0,598	0,617	
0,110	0,394	0,691	0,595	0,614	
0,1124	0,394	0,691	0,594	0,613	
0,120	0,394	0,691	0,593	0,613	
0,130	0,394	0,691	0,591	0,611	
0,140	0,393	0,689	0,589	0,609	
0,150	0,393	0,689	0,587	0,608	
0,160	0,393	0,689	0,586	0,607	
0,170	0,393	0,689	0,584	0,605	
0,180	0,392	0,688	0,582	0,604	
0,190	0,391	0,686	0,580	0,602	
0,200	0,390	0,684	0,577	0,599	
0,210	0,388	0,681	0,574	0,596	
0,217	0,387	0,679	0,572	0,594	
0,220	0,386	0,677	0,571	0,593	

Digitized by Google

LÉGENDE DES PLANCHES.

PLANCHES 1 et 2. DISPOSITIF D'ENSEMBLE ET DÉTAILS DE L'APPAREIL PRINCIPAL.

Figures 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

(A'). Batardeau de retenue des eaux dans les fossés du front Saint-Vincent.

(B'). Réservoir général destiné aux expériences.

(K'). Digue en terre qui sépare le réservoir général (B') des flaques d'eau environnantes.

(C'). Canal de prise d'eau dans les fossés du front Saint-Vincent avec une double vanne de garde en (C'), pour alimenter le réservoir général (B').

D'E'. Canal souterrain de décharge avec vanne en D', servant à vider le réservoir général et à y régler le niveau des eaux à telle hauteur qu'on veut.

(F'). Canal général de décharge des eaux dans la basse Moselle.

(R'). Bassin de retenue destiné à recevoir le dispositif des orifices.

(C). Canal transversal pour recueillir toutes les eaux de filtration et les jeter dans le canal de décharge D'E'.

(A). Orifice d'écoulement mis en expérience.

LM. Canal de conduite des eaux qui sortent par l'orifice (A).

(J'). Bassin pour recueillir et jauger l'eau écoulée pendant chaque expérience.

(H'). Puits d'observation communiquant par un conduit souterrain avec le bassin (J'), pour mesurer la hauteur de l'eau recueillie dans ce bassin.

PLANCHE 2. APPAREIL POUR RÉGLER LA HAUTEUR DE L'ORIFICE MIS EN EXPÉRIENCE, ET EMPÊCHER LA PARTIE INFÉRIEURE DE LA VANNE DE FLÉCHIR SOUS LA CHARGE D'EAU.

Figures 4, 5, 6 et 14. *abcd*. Vanne de l'orifice d'écoulement (A).

Digitized by Google

ef. Tige de la vanne.

n. Nonius qui s'applique contre la tige de la vanne, pour indiquer la hauteur de l'orifice. Figures 4, 5, 6 et 14.

p'q'm'r'. Étrier en fer fixé sur la moise supérieure *m'* de la retenue, pour porter le nonius *n*.

t. Trait marqué sur la tige de la vanne, au point où correspond le zero du nonius lorsque l'arête inférieure de cette vanne est en contact immédiat avec le bord inférieur de l'orifice (A) : la hauteur de ce trait au-dessus du zéro du nonius donne la hauteur de l'orifice.

y. Vis de pression pour fixer invariablement la vanne, lorsque la hauteur de l'orifice est réglée.

rs. Levier glissant librement dans deux colliers en fer fixés contre la face d'aval de la retenue.

x. Vis de pression pour arrêter le levier *rs* dans une position déterminée.

v. Règle épaisse appliquée horizontalement contre la partie inférieure de la face d'aval de la vanne *abcd*.

u. Vis de pression pour appuyer la règle *v* contre la vanne.

APPAREIL POUR MESURER LA HAUTEUR DE L'EAU DU RÉSERVOIR, EN AMONT DE L'ORIFICE D'ÉCOULEMENT.

X. Coulisse divisée en décimetres et fixée directement contre un des montans du bassin de retenue (R'). Figures 3, 4, 9, 10 et 11.

A, B. Coulisseaux avec vernier qui glissent le long de la coulisse X.

ab. Vis de pression pour fixer le coulisseau A à une hauteur quelconque.

cd. Vis de rappel pour rapprocher à volonté le coulisseau B du coulisseau A, lorsque celui-ci est fixé invariablement.

ef. Tige recourbée verticalement et dont on met l'extrémité *f* en contact avec la surface de l'eau, au moyen de la vis *cd*.

APPAREIL POUR ADMETTRE À VOLONTÉ DANS LE BASSIN (J') L'EAU QUI SORT PAR L'ORIFICE (A).

abcd. Ouverture pratiquée dans le fond du canal LM dans lequel coule l'eau qui sort par l'orifice. Figures 4, 12 et 13.

Digitized by Google

PLANCHE 2. *a'b'c'd'*. Canal mobile pour ouvrir et fermer à volonté l'ouverture *abcd*,
Figures 4, 12 et 13. en tirant les cordes N et O.

i, k. Liteaux pour empêcher l'eau de s'échapper entre les rebords du canal mobile *a'b'c'd'* et ceux du grand canal LM, lorsque l'ouverture *abcd* est fermée.

gh. Tiroir inférieur porté sur des roulettes, destiné à être placé sous l'ouverture *abcd*, lorsqu'elle est fermée, pour empêcher l'eau qui s'échapperait encore par cette ouverture d'arriver dans le bassin (J'): on le manœuvre au moyen des cordes N' et O'.

lm. Petit canal fixe qui communique avec le tiroir *gh*, lorsque celui-ci est placé sous l'ouverture *abcd*, pour évacuer au-delà du bassin (J') l'eau que reçoit ce tiroir.

P. Panier sans fond pour recevoir l'eau qui arrive dans le bassin (J'), la diviser et en diminuer les oscillations.

APPAREIL POUR MESURER LA HAUTEUR DE L'EAU DANS LE BASSIN (J').

Figures 3, 4, 6 et 8. (B). Verge prismatique en fer divisée en centimètres et terminée par une vis à l'une de ses extrémités.

C. Ecrou à pattes pour recevoir la vis de la verge (B).

f. Curseur avec vernier pour lire les subdivisions du centimètre en millimètres.

e. Autre curseur lié au premier par une vis de rappel *g*, et qu'on fixe à une hauteur quelconque au moyen d'une vis de pression *d*.

h. Tige en fer recourbée verticalement et terminée par une pointe qu'on met en contact avec la surface de l'eau, au moyen de la vis *g*.

PLANCHE 3. APPAREIL POUR RELEVER POINT PAR POINT, DANS L'INTÉRIEUR DU RÉSERVOIR, LES PROFILS DE LA SURFACE DE L'EAU PRIS, SOIT RIGOUREUSEMENT DANS LE PLAN MÊME DE L'ORIFICE, SOIT EN AVANT OU SUR LES CÔTÉS DE CET ORIFICE.

Figures 15, 16 et 17. AB. Règle en bois épaisse et large, graduée sur toute sa longueur.

ED. Lame de tôle mince, terminée en pointe et encastrée rigoureu-

Digitized by Google

sement de toute son épaisseur dans la règle A B, où elle glisse librement. PLANCHE 3. Figures 15, 16 et 17.

C. Vis de pression à tête carrée, traversant la règle A B ainsi que la lame de tôle E D, qui est fendue sur une portion de sa hauteur pour lui donner un libre passage.

F. Écrou à oreilles pour serrer la vis C et fixer invariablement la lame de tôle, lorsque la pointe D de celle-ci est en contact avec la surface de l'eau.

G, H. Prismes rectangulaires gradués, fixés contre la face intérieure du barrage de retenue par des vis qui les traversent dans toute leur longueur, et destinés à porter la règle A B, lorsqu'on veut relever les profils de la surface de l'eau sur une petite étendue.

I K. Équerres destinées au même usage que les prismes G, H, lorsqu'on veut prendre des profils de la surface de l'eau sur une grande étendue.

INSTRUMENT POUR RELEVER PAR UNE SEULE OPÉRATION LE PROFIL ENTIER DE LA SURFACE DE L'EAU, PRIS DANS LE PLAN MÊME DE L'ORIFICE.

L M. Petite règle en bois. Figures 18 et 19.

p. Courts cylindres en cuivre espacés de centimètre en centimètre, encastrés de la moitié de leur diamètre dans l'épaisseur de la règle L M, où ils glissent à frottement doux, et terminés par une pointe dont l'extrémité est rigoureusement dans le plan de la face extérieure de la règle L M.

q. Lame de bois flexible faisant ressort, garnie, du côté des cylindres, d'une bande de casimir fin, et fixée contre la règle L M par de petites vis pour maintenir les cylindres *p* dans leurs encastremens.

r, *s*. Vis pour fixer la règle L M contre la face intérieure du barrage de retenue.

Nota. Cet instrument ne peut servir à relever le profil dans le plan même de l'orifice que lorsque la distance entre le bord supérieur de cet orifice et la surface de l'eau est au moins égale à la hauteur des cylindres *p*, qui est de 3 centimètres.

Digitized by Google

PLANCHE 3. INSTRUMENT ANALOGUE AU PRÉCÉDENT POUR RELEVER PAR UNE SEULE OPÉRATION LES PROFILS DE LA SURFACE DE L'EAU DANS L'INTÉRIEUR DU RÉSERVOIR, EN AVANT OU SUR LES CÔTÉS DE L'ORIFICE.

Figures 20, 21 et 22. N O. Règle large et épaisse.

v. Cylindres en cuivre terminés en pointe et encastrés de la moitié de leur diamètre dans l'épaisseur de la règle N O, où ils glissent à frottement doux.

xy. Lame de cuivre faisant ressort, garnie d'une bande de casimir fin et fixée contre la règle N O par de petites vis.

z. Poignée pour maintenir l'instrument dans une position stable.

P Q R S. Équerre à trois branches formant un angle solide tri-rectangle dont le côté Q R, qu'on place perpendiculairement au barrage de retenue, porte une feuillure horizontale pour recevoir et diriger l'instrument à relever les profils.

APPAREIL POUR RELEVER POINT PAR POINT LE CONTOUR DE LA VEINE FLUIDE QUI JAILLIT PAR L'ORIFICE.

Figures 23, 24, 25 et 26. A B C D. Cadre à oreilles.

cdefghik. Octogone formant saillie sur le cadre A B C D, et embrassant le contour extérieur de la veine.

E, F. Guides horizontaux gradués sur toute leur longueur et destinés à porter le cadre A B C D.

ab. Vis terminée par une pointe qu'on met successivement en contact avec tous les points du contour de la veine.

st. Règle avec vernier divisé en millimètres, servant d'écrou à la vis *ab* et destinée à parcourir tout le pourtour du polygone *cdefghik*, pour relever le contour entier de la veine.

A'B'C'D'. Autre cadre destiné au même usage que A B C D, et porté par les mêmes guides E et F que celui-ci, pour relever le contour de la veine dans les parties où ce contour prend la forme d'une croix.

Digitized by Google

APPAREIL EXÉCUTÉ EN 1829 POUR RÉGLER LA HAUTEUR DE L'ORIFICE MIS EN EXPÉRIENCE. PLANCHE 3.

(A.) Orifice d'écoulement Figures 27, 28, 29 et 30.

abcd. Vanne de l'orifice divisée en centimètres et millimètres sur sa face d'aval.

ef. Tige de la vanne taillée en crémaillère et encastrée de toute son épaisseur dans la face intérieure du barrage de retenue.

ghmn. Lame de tôle fixée contre la face d'aval de la tige de la vanne.

i, k, l. Pièces de cuivre pour maintenir la lame de tôle *ghmn* et par suite la tige de la vanne elle-même dans son encastrement, et forcer celle-ci à se mouvoir verticalement.

M. Pignon dont les dents s'engrènent avec celles de la tige de la vanne, et dont l'axe NO se meut dans une gaîne *pzxq* qui traverse le barrage de retenue.

rs. Plaque de tôle fixée sur la face d'amont de la tige de la vanne, pour recouvrir tout le système, afin qu'aucune aspérité ne puisse altérer le mouvement de l'eau.

tu. Levier pour faire tourner le pignon M.

v. Vis de pression à laquelle est lié un tasseau *x'* qu'on serre contre le barrage de retenue pour arrêter invariablement le levier *tu*, lorsque l'orifice a la hauteur voulue.

y. Vernier à charnière qui s'applique contre la face d'aval de la vanne pour lire les subdivisions du millimètre en dixièmes de millimètre.

Lorsqu'on veut lever entièrement la vanne, on relève le vernier dans la position indiquée ponctuée, afin qu'il ne gêne pas le mouvement de l'eau.

VEINE FLUIDE JAILLISSANT PAR UN ORIFICE CARRÉ DE $0^m,20$ DE CÔTÉ, SOUS UNE CHARGE DE $1^m,68$ SUR SON CENTRE.

a, b, c, d, e, f, g, h, i. Sections de la veine prises, parallèlement au plan de l'orifice, aux distances respectives de 6,4, 11, 15, 20, 25, 30, 35, 40 et 50 centimètres en aval de ce plan. PLANCHE 4.

Digitized by Google

PLANCHE 4. A. Projection de toutes les sections sur le plan de l'orifice.

Ces sections sont cotées de centimètre en centimètre sur des lignes ponctuées qui joignent les points auxquels se rapportent les cotes; le contour de l'orifice est tracé avec des lignes pleines sur chaque figure, et les traces du plan vertical et du plan horizontal qui contiennent l'axe de cet orifice y sont représentées par des lignes ponctuées.

PLANCHE 5. B. Sections verticales de la veine prises parallèlement à l'axe de l'orifice et de centimètre en centimètre, à partir du plan vertical qui contient cet axe.

C. Sections horizontales de la veine prises de centimètre en centimètre, à partir du plan horizontal qui contient l'axe de l'orifice.

La position des sections *a, b, c, d, e, f, g, h, i,* est indiquée sur les figures B et C par des lignes ponctuées et des lettres de renvoi.

PLANCHE 6. VEINES FLUIDES JAILLISSANT, SOUS DIFFÉRENTES CHARGES, PAR UN ORIFICE EN DÉVERSOIR DE $0^{m},20$ DE LARGEUR.

1°. *Charge totale de $18^{c},03$ sur la base du déversoir.*

k. Profil de la surface de l'eau pris parallèlement au plan de l'orifice et à un centimètre en amont de cet orifice.

l. Section par le plan même de l'orifice.

m, n, o. Sections verticales et parallèles à l'orifice prises aux distances respectives de $6^{c},4$, $10^{c},4$ et 15^{c} en aval de cet orifice.

D. Section par le plan vertical qui contient l'axe de l'orifice.

2°. *Charge totale de $13^{c},14$ sur la base du déversoir.*

p. Section par le plan même du déversoir.

q. Section parallèle au plan de l'orifice prise à $6^{c},4$ en aval de cet orifice.

E. Section par le plan vertical qui contient l'axe de l'orifice.

Digitized by Google

3°. *Charge totale de 7',22 sur la base du déversoir.* PLANCHE 6.

r. Section par le plan même du déversoir.

F. Section par le plan vertical qui contient l'axe de l'orifice.

4°. *Charge totale de 2',9 sur la base du déversoir.*

s. Section par le plan même du déversoir.

G. Section par le plan vertical qui contient l'axe du déversoir.

Toutes les sections parallèles au plan de l'orifice sont cotées de centimètre en centimètre, et le contour de cet orifice est tracé sur chacune d'elles avec des lignes pleines. La position de ces mêmes sections est indiquée par des lignes ponctuées et des lettres de renvoi sur les sections passant par l'axe de l'orifice.

COURBES DES COEFFICIENS DES FORMULES DE LA DÉPENSE DES ORIFICES. PLANCHE 7.

1°. *Orifices fermés à la partie supérieure.*

Dans la figure D, les abscisses, dont l'origine est en A, représentent, à l'échelle de $\frac{1}{10}$, les charges sur le sommet des orifices, et les ordonnées expriment, pour le cas où ces charges sont mesurées en un point où le liquide est parfaitement stagnant, les coefficiens de la formule D diminués de 0,6 (voyez les conventions générales qui précèdent les tableaux). Les courbes cotées 20, 10, 5, &c. &c., sont relatives aux orifices de 20, de 10, de 5, &c. centimètres de hauteur. Figure D.

Dans la figure E, les abscisses donnent les charges sur le sommet des orifices à l'échelle de $\frac{1}{1}$, et les ordonnées représentent les coefficiens également diminués de 0,6. On y a tracé trois courbes pour chaque orifice, savoir : Figure E.

1°. Celles cotées 20, 10, 5, &c., qui ne diffèrent des courbes de la figure D que par l'échelle des abscisses;

2°. Celles cotées 20', 10', 5', &c., qui se rapportent aux coefficiens

Digitized by Google

PLANCHE 7. Figure E. de la formule D', lorsque les charges sont mesurées loin de l'orifice, comme dans le cas précédent;

3°. Enfin celles cotées 20", 10", 5", &c., qui donnent les coefficiens de la formule D, quand on suppose que les charges sont prises immédiatement au-dessus des orifices.

2°. *Orifices découverts à la partie supérieure ou en déversoir.*

Figure F. La figure F est relative aux coefficiens de la formule *d;* les abscisses représentent de grandeur naturelle les charges sur la base du déversoir, mesurées à 3m,50 en amont de cet orifice, et les ordonnées expriment les coefficiens diminués de 0,4.

Les résultats fournis directement par les expériences sont indiqués par des points noirs sur les courbes des figures D et F.

FIN.

C06505

Digitized by Google

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

AVANT-PROPOS ..... 1.

CHAPITRE Ier. Considérations générales et dispositifs d'ensemble.

§ Ier. Coup d'œil sur l'état actuel de l'hydraulique pratique; motifs et objet des nouvelles expériences ..... 9.

§ II. Établissement de l'appareil servant aux expériences .. 30.

CHAPITRE II. Opérations et dispositifs préparatoires.

§ Ier. Jaugeage des dépenses ..... 44.

Étalonnage du grand bassin de jauge ..... 45.

Degré d'approximation obtenu dans le jaugeage des dépenses des orifices; emploi de petites jauges ... 55.

§ II. Dispositifs de détail; préparation aux expériences .. 60.

Dispositifs des orifices d'écoulement, de la vanne, &c. 69.

Moyens employés pour relever les hauteurs du niveau de l'eau dans le réservoir ..... 83.

Appareils pour relever les dépressions de la surface supérieure du fluide immédiatement en amont de l'orifice ..... 88.

Discussions relatives à la mesure des charges de fluide dans le réservoir, et des dépressions de sa surface immédiatement en amont de l'orifice ..... 92.

CHAPITRE III. Résultats immédiats des expériences ou observations faites, en 1827 et 1828, sur les orifices en mince paroi plane avec contraction complète.

§ Ier. Exposé des résultats relatifs au relevé et au calcul des dépenses.

Digitized by Google

Pages.

Courbes et tables générales d'interpolation relatives à la dépense des orifices fermés à la partie supérieure; comparaison des résultats qu'elles donnent avec les résultats déjà connus..... 192.

Courbes et tables d'interpolation relatives aux orifices découverts; rappel des résultats déjà antérieurement connus..... 204.

Formules pour calculer directement les dépenses effectives des orifices fermés à la partie supérieure. 212.

Tableaux comprenant les résultats des expériences de 1827 et de 1828 sur les dépenses des orifices rectangulaires verticaux percés en mince paroi, et complétement isolés des faces latérales et du fond du réservoir..... 226.

Légende des planches..... 255.

FIN DE LA TABLE.

NAPOLI

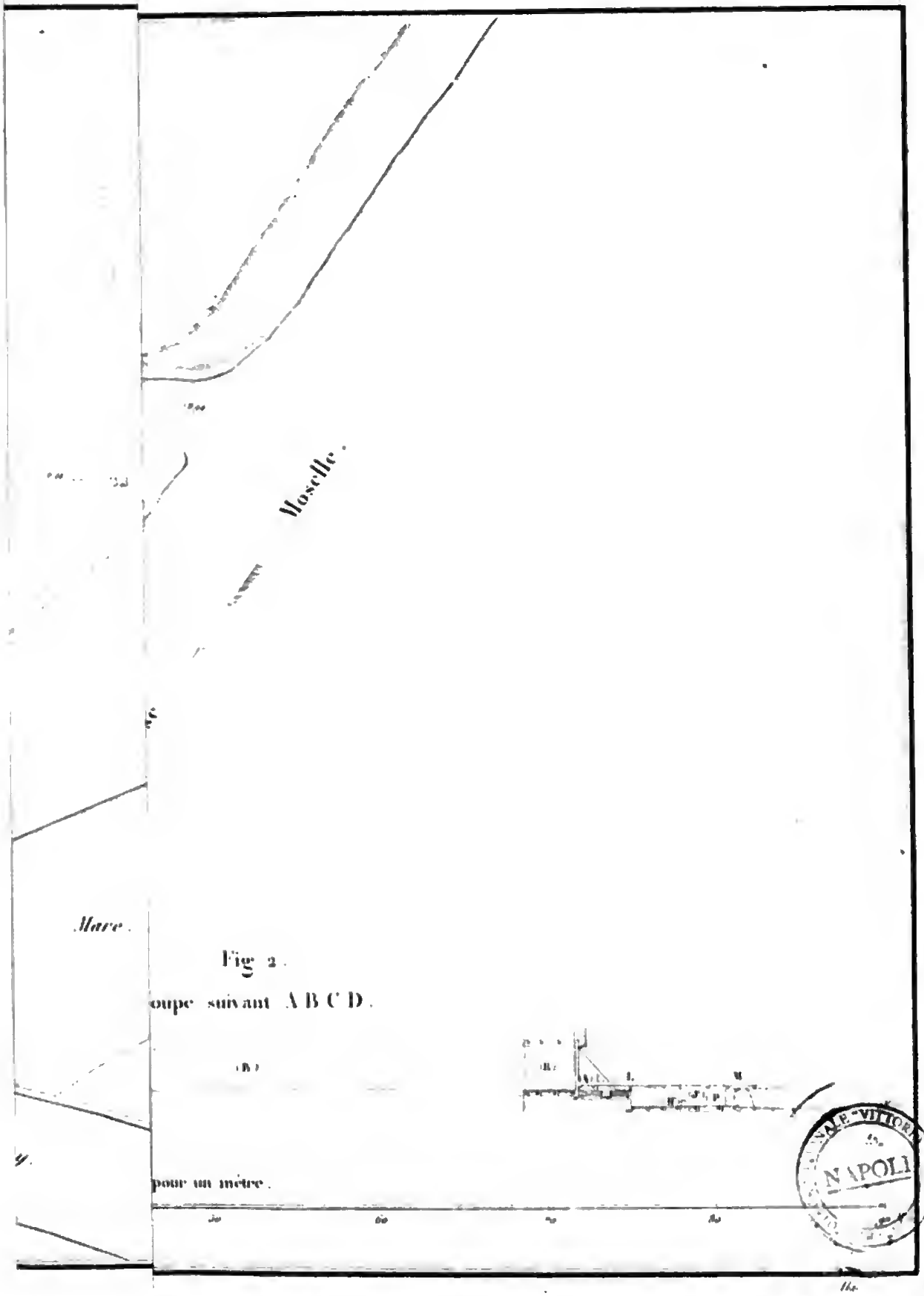
SBN 606505

Digitized by Google

ERRATA.

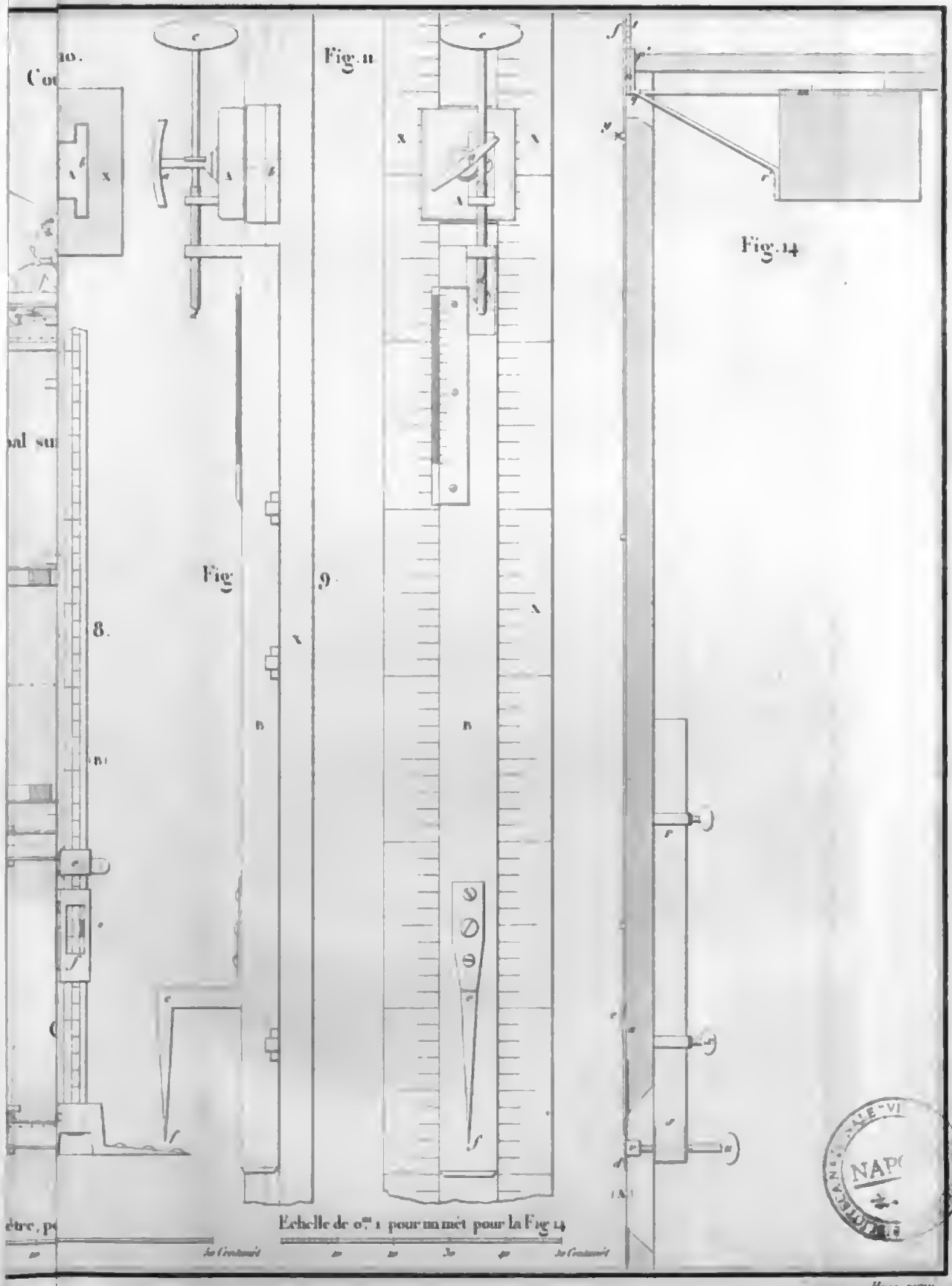
Pages 17, note : Brunaci, *lisez* Brunnaci.
39, ligne 20 : longueur, *lisez* largeur.
39, ligne 23 : flottante, *lisez* frottante.
79, ligne 24 : qu'un, *lisez* qu'une.
84, ligne 14 : plus fortes, *lisez* plus faibles.
93, ligne 15 : ce me semble, *lisez* ce semble.
118, ligne 5 : les dispositions, *lisez* la disposition.
149, lignes 5, 13, 20, 32 : Brunaci, *lisez* Brunnaci.
186, première ligne de la note : L la longueur horizontale du réservoir, *l* celle de l'orifice, *b* sa base, *lisez* L la largeur du réservoir, *b* la base de l'orifice.
187, dernière ligne : du is, *lisez* depuis.

Digitized by Google



NAP. VITTORIO
NAPOLI

Digitized by Google



NAP

Elévation suivant A B.
Fig. 29.

Coupe suivant C D.
Fig. 28.

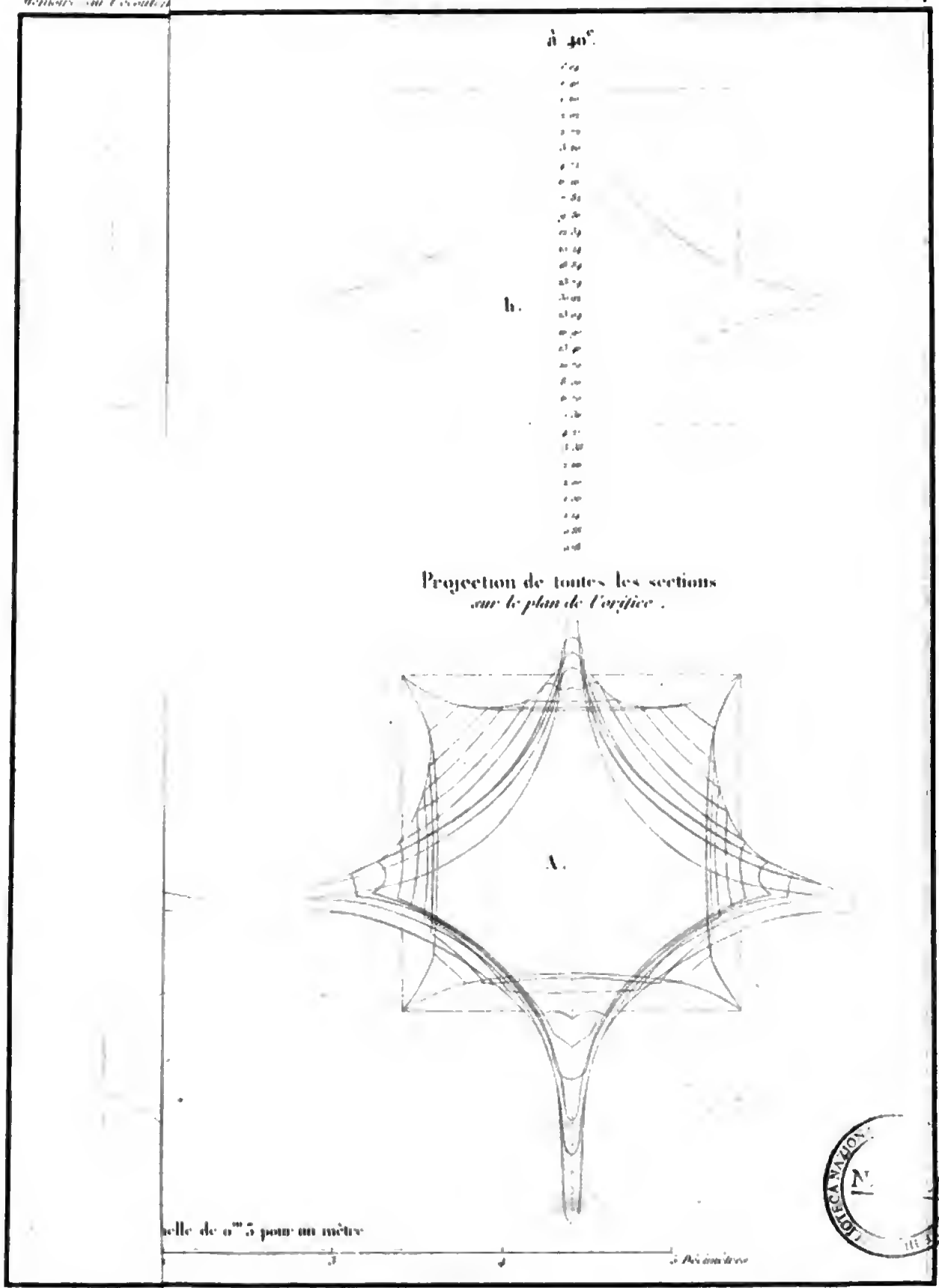
Elévation suivant G H.
Fig. 30.

Plan suivant E F.
Fig. 27.

Echelle de 0m.5 pour un mètre, pour les Figures de 27 à 30

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTO NAPOLI

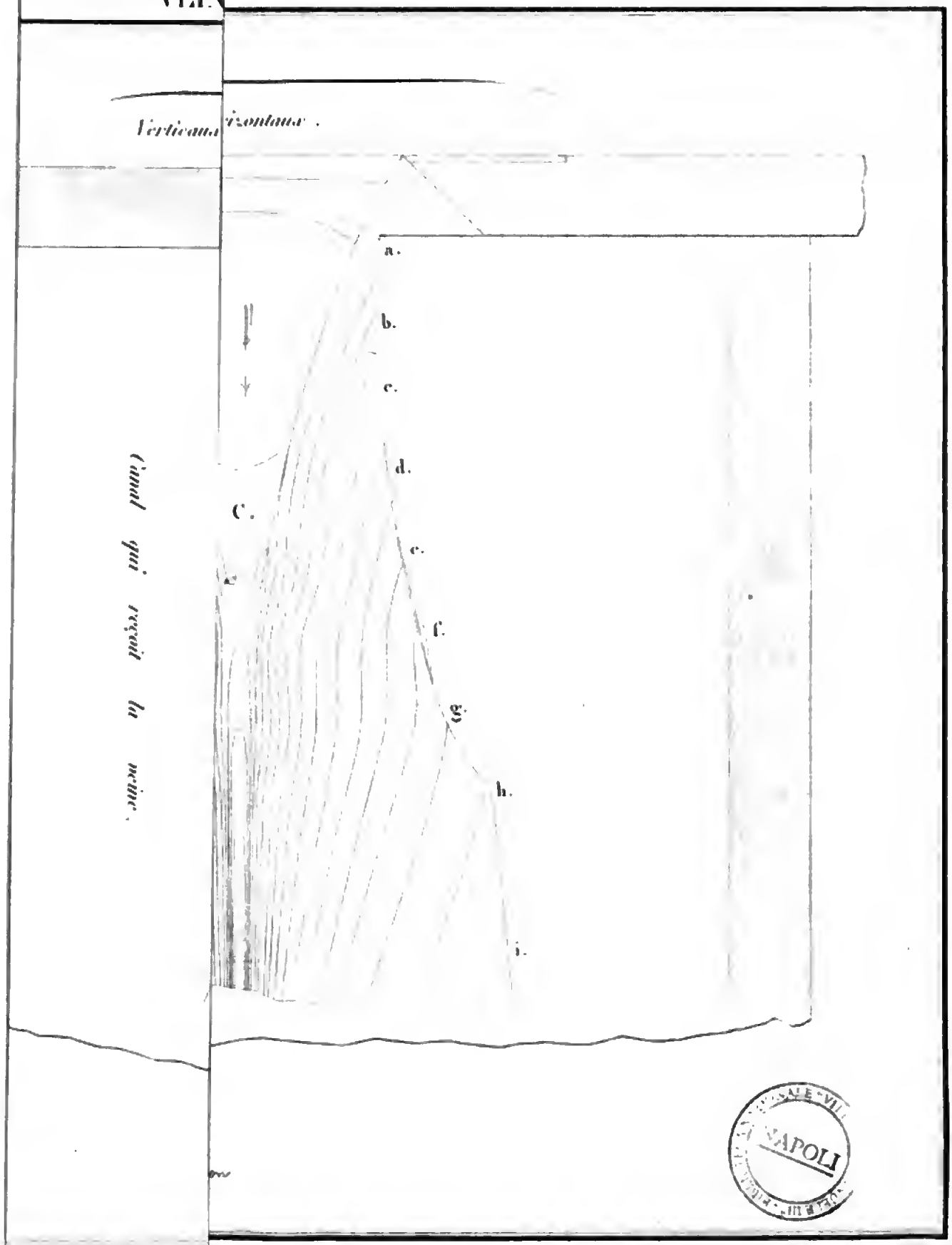
Digitized by Google



BIBLIOTECA NACIONAL

Digitized by Google

Digitized by Google



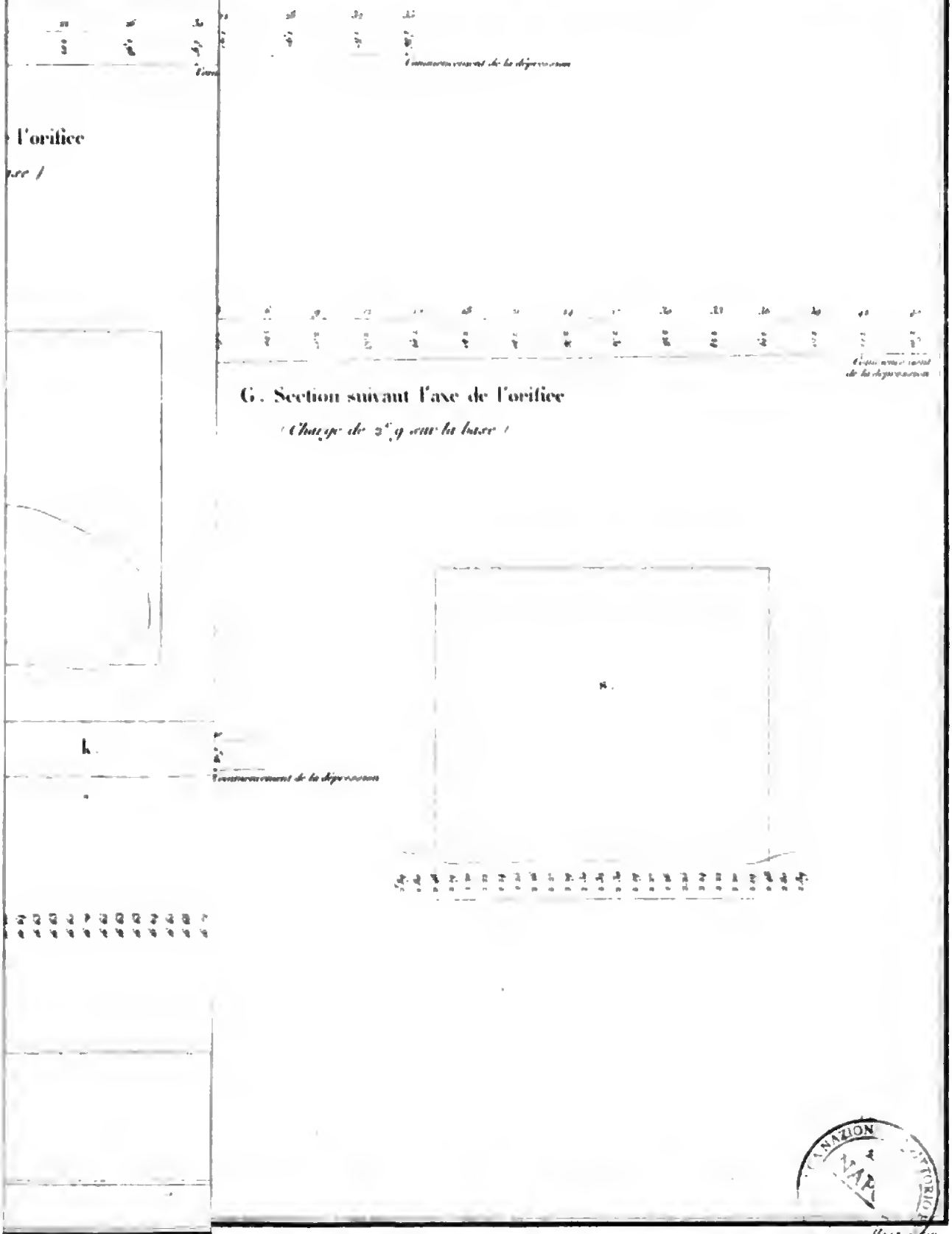
NAPOLI

Digitized by Google

LUDES SORT

Sections par des pl

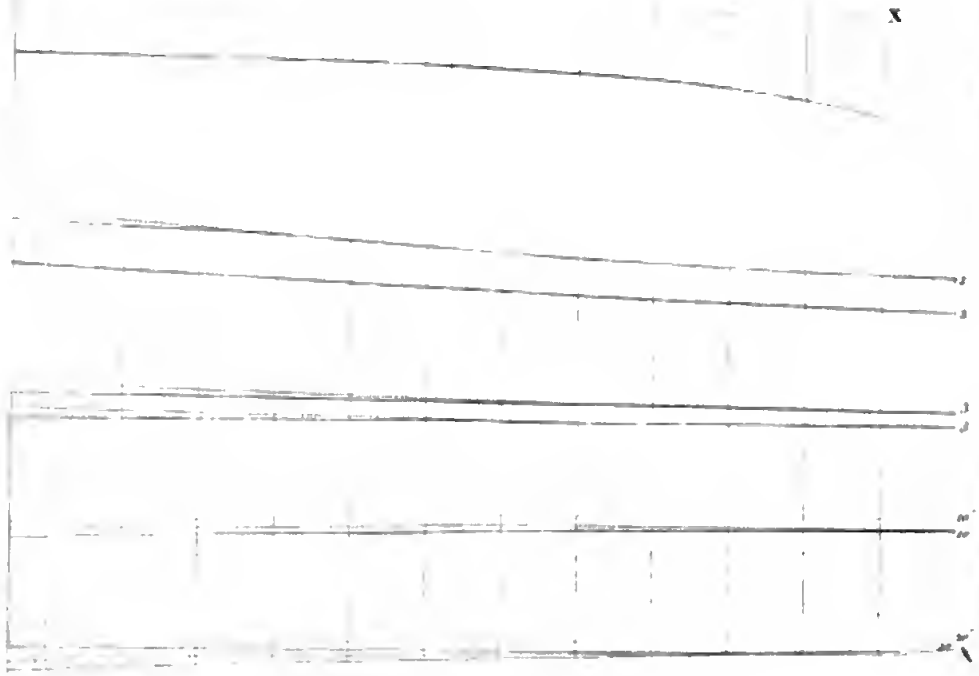
Pl. 6.



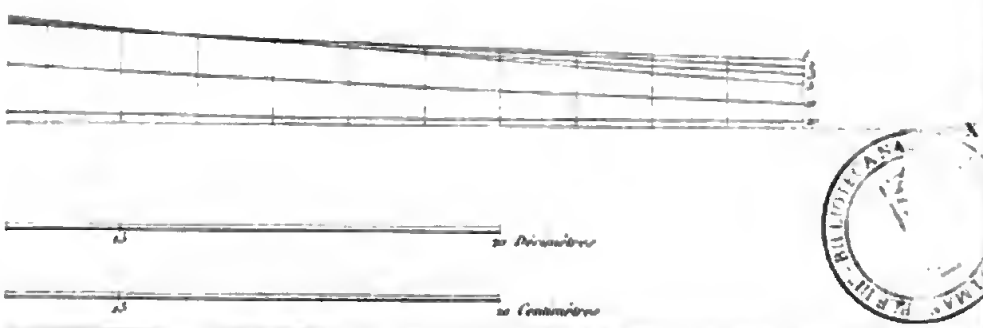
Digitized by Google

Digitized by Google

ure F.



ois Figures.



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google